



Masalah Penjualan Listrik dan Analisis Sensitivitas Menggunakan Pemrograman Linear

Irene Kania Dewi*, Diah Chaerani, Endang Soeryana

Departemen Matematika FMIPA, Universitas Padjadjaran, Jatinangor

*E-mail: kaniadewi.irene@yahoo.com

Abstrak

Listrik memiliki peran penting dalam kehidupan. Permintaan listrik meningkat seiring perkembangan teknologi. Untuk memenuhi permintaan listrik di beberapa daerah diperlukan perencanaan untuk mengatur pasokan listrik. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh keputusan terbaik sehingga permintaan listrik terpenuhi dan memperoleh keuntungan yang maksimal. Masalah penjualan listrik ini merupakan masalah Optimisasi. Masalah ini diselesaikan menggunakan Pemrograman Linear (PL). Solusi dari model Optimisasi penjualan listrik diperoleh dengan bantuan *software* MATLAB. Eksperimen numerik digunakan untuk memeriksa validasi model. Analisis Sensitivitas digunakan untuk memperlihatkan pengaruh dari perubahan yang mungkin terjadi. Dengan demikian, Analisis Sensitivitas menjadi penting untuk mengetahui diperlukan atau tidaknya perubahan keputusan.

Kata Kunci: Analisis Sensitivitas, Optimisasi, Pemrograman Linear, Penjualan Listrik

1. Pendahuluan

Listrik merupakan sumber daya penting dalam dunia industri dan kehidupan sehari-hari. Artinya, listrik sangat berperan dalam mendorong roda perekonomian negara serta menyejahterakan masyarakat. Agar pemanfaatan energi listrik dapat optimal, maka diperlukan perencanaan yang dapat membantu perusahaan pengelola listrik untuk mengambil keputusan terbaik sehingga kebutuhan akan listrik terpenuhi dan perusahaan mendapat keuntungan yang maksimal. Beberapa penelitian mengenai ketenagalistrikan telah dilakukan. Masalah alokasi energi antara pasar spot dan kontrak bilateral disajikan sebagai suatu portofolio masalah pemrograman Optimisasi kuadrat umum (Liu dan Wu, 2007). Kemudian pernah diperkenalkan sebuah model aliran jaringan umum dari sistem energi nasional terintegrasi yang menggabungkan produksi, pengangkutan batu bara, gas alam, dan penyimpanan listrik sehubungan dengan seluruh sektor energi listrik dari Perekonomian Amerika Serikat (Gil, et al., 2007). Sebelumnya pernah dibahas mengenai adanya model jaringan zona UCTE (*Union for the Co-ordination of Transmission of Electricity*) dimana penulis menggabungkan node individu dalam setiap zona kepada node yang setara, dan semua garis lintas batas ke jaringan batas (Purchala, et al., 2005). Harga listrik pada masing-masing daerah dipengaruhi beberapa faktor, salah satunya adalah harga Karbondioksida (CO_2). Perubahan harga Karbondioksida berdampak terhadap biaya listrik [10]. Kemudian penelitian lainnyamempresentasikan model pasar listrik Brazil (Oggioni, et al., 2008). Selain itu suatu penelitian membahas analisa hubungan antara pasar masa depan dan pasar saat ini di California (Borenstein, et al., 2001).

Pada masalah penjualan listrik ini listrik yang telah dibeli harus terjual di hari yang sama. Hanya kapasitas transmisi yang telah diumumkan paling tidak sehari sebelum perencanaan yang dianggap tersedia. Dengan demikian, masalah penjualan listrik dapat dianggap sebagai suatu masalah Optimisasi. Dalam skripsi ini dilakukan pengoptimalan penjualan listrik yang merujuk pada jurnal berjudul *Optimization of Electricity Trading using Linear Programming* (Marinovic, et al., 2012). Pada skripsi ini pencarian solusi optimal dari model Optimisasi penjualan listrik dicari menggunakan *toolbox* Optimisasi MATLAB. Kemudian dilakukan Analisis Sensitivitas terhadap model Optimisasi yang digunakan untuk mengetahui batas dimana perubahan parameter tidak mengakibatkan perubahan solusi optimal.

2. Metode

Dalam penelitian ini digunakan metode kuantitatif dengan metode arsip sebagai metode pengumpulan data. Metode pengumpulan data tersebut dipilih karena sulitnya memperoleh data primer yang mencakup berbagai negara.

2.1 Metode Pengumpulan Data

Data yang digunakan merupakan data sekunder yaitu data yang diperoleh dari pihak lain sehingga data diperoleh dari data dokumentasi. Data diperoleh dari jurnal berjudul *Optimization of Electricity Trading Using Linear Programming* (Marinovic, et al., 2012), *Optimization in Day-Ahead Planning of Energy Trading* (Marinovic, et al., 2013) dan *website* Statista (2015) serta konstanta ruas kanan merupakan data simulasi.

2.2 Pengolahan Data

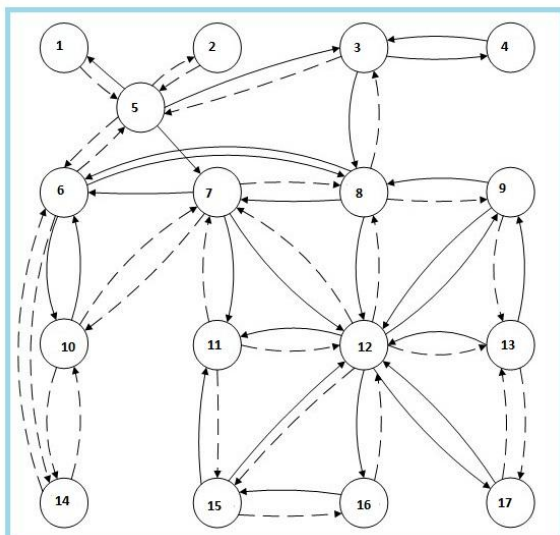
Data yang telah diperoleh kemudian diklasifikasi. Selanjutnya dilakukan pengolahan data dan pencarian solusi. Pencarian solusi dilakukan menggunakan bantuan *software* MATLAB. Setelah diperoleh solusi, kemudian dilakukan kajian Analisis Sensitivitas untuk mengetahui pengaruh perubahan parameter terhadap solusi yang diperoleh.

3. Hasil dan Pembahasan

3.1 Model Optimisasi Masalah Penjualan Listrik

Listrik

Berikut ini adalah model aliran pasar listrik CSEE. Setiap node mewakili suatu negara anggota CSEE sedangkan busur yang menghubungkan antar node menunjukkan adanya kemungkinan pembelian kapasitas transmisi.



Gambar 1. Model aliran pasar listrik CSEE (Marinovic, et al., 2012)

Pada masalah penjualan listrik tersebut diketahui bahwa negara yang merupakan pemasok adalah : $S = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 11, 12, 14, 16, 17\}$.

Sedangkan negara yang merupakan pembeli adalah : $B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17\}$.

Tabel 1. Negara-negara pembeli atau pemasok listrik dalam pasar listrik CSEE

Node	Negara	Node	Negara
1	BEL	10	SLO
2	GER	11	BIH
3	SLK	12	SER
4	UKR	13	BUL
5	CZE	14	ITA
6	AUS	15	MNE
7	CRO	16	ALB
8	HUN	17	FRM
9	ROM		

Model Optimisasi masalah penjualan listrik yang digunakan adalah:

$$\max Z \quad x, y, h = \sum_{i \in B} d_i y_i - \sum_{j \in S} c_j x_j - \sum_{(i,j) \in A} t_{ij} + a_{ij} h_{ij}$$

$$s.t \quad \sum_{j \in S} x_j - \sum_{i \in B} y_i = 0$$

$$\sum_{(i,j) \in A} f_{ij} + h_{ij} - \sum_{j,i \in A} f_{ji} + h_{ji} = \begin{cases} 0 & , \forall j \in N \setminus S \cup B \\ -x_j & , \forall j \in S \setminus B \\ y_j & , \forall j \in B \setminus S \\ y_j - x_j & , \forall j \in B \cap S \end{cases}$$

$$(1) \quad \begin{aligned} sl_j &\leq x_j \leq su_j, j \in S \\ bl_i &\leq y_i \leq bu_i, i \in B \\ 0 &\leq h_{ij} \leq hu_{ij}, (i, j) \in A \end{aligned}$$

dimana,

1. N = himpunan semua node.
2. S = himpunan semua node yang merupakan penjual dimana $S \subseteq N$.
3. B = himpunan semua node yang merupakan pembeli dimana $B \subseteq N$.
4. A = himpunan semua busur yang menunjukkan kapasitas transmisi antar node dimana $A \subseteq N \times N$.
5. x_j = jumlah listrik yang harus dibeli oleh node j dari pemasok $\forall j \in S$.
6. y_i = jumlah listrik yang harus dijual oleh node i kepada pembeli $\forall i \in B$.
7. h_{ij} = jumlah kapasitas transmisi tambahan dari busur i ke busur $j \forall (i, j) \in A$.
8. f_{ij} = kapasitas transmisi harian yang telah diumumkan dari setiap busur $(i, j), \forall (i, j) \in A$.
9. c_j = harga pembelian listrik untuk pemasok $j \in S$.
10. d_i = harga penjualan listrik untuk pembeli $i \in B$.
11. a_{ij} = harga kapasitas transmisi tambahan pada busur $(i, j) \in A$.
12. t_{ij} = pajak kapasitas transmisi tambahan pada busur $(i, j) \in A$.
13. su_j = batas maksimum listrik yang dapat dibeli dari pemasok $\forall j \in S$.
14. sl_j = batas minimum listrik yang dapat dibeli dari pemasok $\forall j \in S$.
15. bu_i = batas maksimum listrik yang dapat dijual kepada pembeli $\forall i \in B$.
16. bl_i = batas minimum listrik yang dapat dijual kepada pembeli $\forall i \in B$.
17. hu_{ij} = kapasitas transmisi harian tambahan maksimum yang dapat dibeli pada sebuah busur $(i, j), \forall (i, j) \in A$.



3.2 Eksperimen Numerik

Data yang digunakan pada eksperimen numerik dalam skripsi ini diperoleh dari jurnal Marinovic, et al. (2012). Data biaya pembelian dan penjualan listrik diperoleh dari website statistik biaya listrik Eropa. Dalam jurnal Marinovic, et al. (2013) diperoleh data mengenai batas penambahan kapasitas maksimum dan batas penjualan maupun pembelian listrik pada masalah penjualan listrik CSEE. Data yang diperoleh adalah

Tabel 2. Batas atas penambahan kapasitas transmisi

hu _{1,5}	200	hu _{8,9}	340	hu _{12,13}	200
hu _{5,1}	180	hu _{9,8}	230	hu _{13,12}	49
hu _{2,5}	500	hu _{6,10}	360	hu _{10,14}	100
hu _{5,2}	50	hu _{10,6}	40	hu _{14,10}	150
hu _{3,5}	420	hu _{7,10}	300	hu _{11,15}	210
hu _{5,3}	200	hu _{10,7}	200	hu _{15,11}	320
hu _{3,4}	85	hu _{7,11}	200	hu _{12,15}	200
hu _{4,3}	390	hu _{11,7}	59	hu _{15,12}	50
hu _{5,6}	240	hu _{7,12}	350	hu _{12,16}	200
hu _{6,5}	150	hu _{12,7}	300	hu _{16,12}	200
hu _{5,7}	0	hu _{8,12}	140	hu _{12,17}	400
hu _{7,6}	0	hu _{12,8}	500	hu _{17,12}	460
hu _{3,8}	250	hu _{9,12}	170	hu _{13,17}	145
hu _{8,3}	500	hu _{12,9}	100	hu _{17,13}	250
hu _{6,8}	430	hu _{9,13}	155	hu _{15,16}	120
hu _{8,6}	320	hu _{13,9}	450	hu _{16,15}	300
hu _{7,8}	100	hu _{11,12}	300	hu _{6,14}	250
hu _{8,7}	110	hu _{12,11}	200	hu _{14,6}	280

Pada jurnal tersebut disajikan juga data mengenai nilai batas atas pembelian listrik, nilai batas bawah pembelian listrik, nilai batas atas penjualan listrik dan nilai batas bawah penjualan listrik. Sehingga batas bawah dan batas atas dari pembelian dan penjualan listrik tersebut menjadi suatu batasan pada model Optimisasi penjualan listrik ini.

Tabel 3. Batas Bawah Pembelian dan Penjualan Listrik

Batas Bawah					
Nod e	Pembelia n	Penjualan	Nod e	Pembelia n	Penjuala n
1	18	25	10	0	5
2	2	0	11	36	42
3	0	12	12	0	0
4	10	0	13	0	14
5	0	0	14	0	31
6	1	0	15	0	5
7	0	22	16	5	0
8	0	0	17	0	3
9	0	4			

Tabel 4. Batas atas Pembelian dan Penjualan Listrik

Batas Atas					
Node	Pembelian	Penjualan	Node	Pembelian	Penjualan
1	40	67	10	0	35
2	70	80	11	52	49
3	0	33	12	46	80
4	20	0	13	0	25
5	85	38	14	50	41
6	31	60	15	0	60
7	0	44	16	35	0
8	10	0	17	40	57
9	0	70			

Data harga dalam satuan Euro/MWh untuk pembelian listrik, penjualan listrik, pajak dan penambahan kapasitas transmisi yang diperoleh dari website Statista dengan beberapa modifikasi data adalah berikut ini.

Tabel 5. Harga pembelian dan penjualan listrik

Node	Harga		Node	Harga	
	Pembelian	Penjualan		Pembelian	Penjualan
1	43,2279	100,53	10	36,765	85,5
2	45,2034	136,98	11	69,66	162
3	38,313	89,1	12	38,7	90
4	69,66	162	13	38,7	90
5	31,0761	722,7	14	81,954	141,3
6	31,6764	75,42	15	69,66	162
7	35,4879	82,53	16	69,66	162
8	39,9461	81,27	17	49,59	85,5
9	52,245	121,5			

Tabel 6. Harga Pembelian dan pajak penambahan kapasitas transmisi

Arc	(t+a)	Arc	(t+a)	Arc	(t+a)	Arc	(t+a)
1-5	26,1378	6-8	24,8886	8-12	43,74	12-15	24,3
5-1	19,5129	8-6	43,74	12-8	24,3	15-12	43,74
2-5	60,2712	7-8	22,2831	9-12	32,805	12-16	24,3
5-2	19,5129	8-7	43,74	12-9	24,3	16-12	43,74
3-5	24,057	8-9	43,74	9-13	32,805	12-17	24,3
5-3	19,5129	9-8	32,805	13-9	24,3	17-12	17,955
3-4	24,057	6-10	24,8886	11-12	43,74	13-17	24,3
4-3	43,74	10-6	23,085	12-11	24,3	17-13	17,955
5-6	19,5129	7-10	22,2831	12-13	24,3	15-16	43,74
6-5	24,8886	10-7	23,085	13-12	24,3	16-15	43,74
5-7	19,5129	7-11	22,2831	10-14	23,085	6-14	24,8886
7-6	22,2831	11-7	43,74	14-10	18,369	14-6	18,369
3-8	24,057	7-12	22,2831	11-15	43,74		
8-3	43,74	12-7	24,3	15-11	43,74		



Berdasarkan data yang diperoleh, maka model Optimisasi penjualan listrik ini secara keseluruhan menjadi :

$$\max Z \quad x, y, h = \begin{pmatrix} 100,53y_1 + 136,98y_2 + 89,1y_3 \\ +162y_4 + 72,27y_5 + 75,42y_6 \\ +82,53y_7 + 81,27y_8 + 121,5y_9 \\ +85,5y_{10} + 162y_{11} + 90y_{12} \\ +90y_{13} + 141,3y_{14} + 162y_{15} \\ +162y_{16} + 85,5y_{17} \\ -43,2279x_1 - 45,2034x_2 \\ -38,313x_3 - 69,66x_4 \\ -31,0761x_5 - 31,6764x_6 \\ -35,4879x_7 - 34,9461x_8 \\ -52,245x_9 - 36,765x_{10} \\ -69,66x_{11} - 38,7x_{12} \\ -38,7x_{13} - 81,954x_{14} \\ -69,66x_{15} - 69,66x_{16} \\ -49,59x_{17} - 26,1378h_{1,5} \\ -19,5129h_{5,1} - 60,2712h_{2,5} \\ -19,5129h_{5,2} - 24,057h_{3,5} \\ -19,5129h_{5,3} - 24,057h_{3,4} \\ -43,74h_{4,3} - 19,5129h_{5,6} \\ -24,8886h_{6,5} - 19,5129h_{5,7} \\ -22,2831h_{7,6} - 24,057h_{3,8} \\ -43,74h_{8,3} - 24,8886h_{6,8} \\ -43,74h_{8,6} - 22,2831h_{7,8} \\ -43,74h_{8,7} - 43,74h_{8,9} \\ -32,805h_{9,8} - 24,8886h_{6,10} \\ -23,085h_{10,6} - 22,2831h_{7,10} \\ -23,085h_{10,7} - 22,2831h_{7,11} \\ -43,74h_{11,7} - 22,2831h_{7,12} \\ -24,3h_{12,7} - 43,74h_{8,12} \\ -24,3h_{12,8} - 32,805h_{9,12} \\ -24,3h_{12,9} - 32,805h_{9,13} \\ -24,3h_{13,9} - 43,74h_{11,12} \\ -24,3h_{12,11} - 24,3h_{12,13} \\ -24,3h_{13,12} - 23,085h_{10,14} \\ -18,369h_{14,10} - 43,74h_{11,15} \\ -43,74h_{15,11} - 24,3h_{12,15} \\ -43,74h_{15,12} - 24,3h_{12,16} \\ -43,74h_{16,12} - 24,3h_{12,17} \\ -17,955h_{17,12} - 24,3h_{13,17} \\ -17,955h_{17,13} - 43,74h_{15,16} \\ -43,74h_{16,15} - 24,8886h_{6,14} \\ -18,3690h_{14,6} \end{pmatrix}$$

s.t

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} \\ + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} - y_1 - y_2 - y_3 \\ - y_4 - y_5 - y_6 - y_7 - y_8 - y_9 - y_{10} - y_{11} - y_{12} \\ - y_{13} - y_{14} - y_{15} - y_{16} - y_{17} = 0 \\ x_1 - y_1 - h_{1,5} + h_{5,1} = -32 \\ x_2 - y_2 - h_{2,5} + h_{5,2} = 0 \\ -y_3 - h_{3,4} + h_{4,3} - h_{3,5} + h_{5,3} - h_{3,8} + h_{8,3} = 427 \\ x_4 + h_{3,4} - h_{4,3} = -270 \\ x_5 - y_5 + h_{1,5} - h_{5,1} + h_{2,5} - h_{5,2} + h_{3,5} \\ - h_{5,3} - h_{5,6} + h_{6,5} - h_{5,7} = -170 \\ x_6 - y_6 + h_{5,6} - h_{6,5} + h_{7,6} - h_{6,8} + h_{8,6} \\ - h_{6,10} + h_{10,6} - h_{6,14} + h_{14,6} = -170 \\ -y_7 + h_{5,7} - h_{7,6} - h_{7,8} + h_{8,7} - h_{7,10} \\ + h_{10,7} - h_{7,11} + h_{11,7} - h_{7,12} + h_{12,7} = 9 \\ x_8 + h_{3,8} - h_{8,3} + h_{6,8} - h_{8,6} + h_{7,8} - h_{8,7} \\ - h_{8,9} + h_{9,8} - h_{8,12} + h_{12,8} = -5 \\ -y_9 + h_{8,9} - h_{9,8} - h_{9,12} + h_{12,9} - h_{9,13} + h_{13,9} = 109 \\ -y_{10} + h_{6,10} - h_{10,6} + h_{7,10} - h_{10,7} \\ - h_{10,14} + h_{14,10} = 188 \\ x_{11} - y_{11} + h_{7,11} - h_{11,7} - h_{11,12} + h_{12,11} \\ - h_{11,15} + h_{15,11} = 134 \\ x_{12} - y_{12} + h_{7,12} - h_{12,7} + h_{8,12} - h_{12,8} \\ + h_{9,12} - h_{12,9} + h_{11,12} - h_{12,11} - h_{12,13} \\ + h_{13,12} - h_{12,15} + h_{15,12} - h_{12,16} + h_{16,12} \\ - h_{12,17} + h_{17,12} = -71 \\ -y_{13} + h_{9,13} - h_{13,9} + h_{12,13} - h_{13,12} \\ - h_{13,17} + h_{17,13} = -50 \\ x_{14} - y_{14} + h_{6,14} - h_{14,6} + h_{10,14} - h_{14,10} = 0 \\ -y_{15} + h_{11,15} - h_{15,11} + h_{12,15} - h_{15,12} \\ - h_{15,16} + h_{16,15} = 60 \\ x_{16} + h_{12,16} - h_{16,12} + h_{15,16} - h_{16,15} = -72 \\ x_{17} - y_{17} + h_{12,17} - h_{17,12} + h_{13,17} - h_{17,13} = -87 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} 18 \leq x_1 \leq 40 & \quad 0 \leq x_{10} \leq 0 & \quad 0 \leq h_{1,5} \leq 200 & \quad 0 \leq h_{8,9} \leq 340 & \quad 0 \leq h_{12,13} \leq 200 \\ 2 \leq x_2 \leq 70 & \quad 36 \leq x_{11} \leq 52 & \quad 0 \leq h_{5,1} \leq 180 & \quad 0 \leq h_{9,8} \leq 230 & \quad 0 \leq h_{3,12} \leq 49 \\ 0 \leq x_3 \leq 0 & \quad 0 \leq x_{12} \leq 46 & \quad 0 \leq h_{2,5} \leq 500 & \quad 0 \leq h_{6,10} \leq 360 & \quad 0 \leq h_{10,14} \leq 100 \\ 10 \leq x_4 \leq 20 & \quad 0 \leq x_{13} \leq 0 & \quad 0 \leq h_{5,2} \leq 50 & \quad 0 \leq h_{10,6} \leq 40 & \quad 0 \leq h_{4,10} \leq 150 \\ 0 \leq x_5 \leq 85 & \quad 0 \leq x_{14} \leq 50 & \quad 0 \leq h_{3,5} \leq 420 & \quad 0 \leq h_{7,10} \leq 300 & \quad 0 \leq h_{11,15} \leq 210 \\ 1 \leq x_6 \leq 31 & \quad 0 \leq x_{15} \leq 0 & \quad 0 \leq h_{5,3} \leq 200 & \quad 0 \leq h_{10,7} \leq 200 & \quad 0 \leq h_{5,11} \leq 320 \\ 0 \leq x_7 \leq 0 & \quad 5 \leq x_{16} \leq 35 & \quad 0 \leq h_{3,4} \leq 85 & \quad 0 \leq h_{7,11} \leq 200 & \quad 0 \leq h_{12,15} \leq 200 \\ 0 \leq x_8 \leq 10 & \quad 0 \leq x_{17} \leq 40 & \quad 0 \leq h_{4,3} \leq 390 & \quad 0 \leq h_{11,7} \leq 59 & \quad 0 \leq h_{5,12} \leq 50 \\ 0 \leq x_9 \leq 0 & & \quad 0 \leq h_{5,6} \leq 240 & \quad 0 \leq h_{7,12} \leq 350 & \quad 0 \leq h_{12,16} \leq 200 \\ 25 \leq y_1 \leq 67 & \quad 5 \leq y_{10} \leq 35 & \quad 0 \leq h_{6,5} \leq 150 & \quad 0 \leq h_{12,7} \leq 300 & \quad 0 \leq h_{6,12} \leq 200 \\ 0 \leq y_2 \leq 80 & \quad 42 \leq y_{11} \leq 49 & \quad 0 \leq h_{5,7} \leq hu_{5,7} & \quad 0 \leq h_{8,12} \leq 140 & \quad 0 \leq h_{12,17} \leq 400 \\ 12 \leq y_3 \leq 33 & \quad 0 \leq y_{12} \leq 80 & \quad 0 \leq h_{7,6} \leq hu_{7,6} & \quad 0 \leq h_{12,8} \leq 500 & \quad 0 \leq h_{7,12} \leq 460 \\ 0 \leq y_4 \leq 0 & \quad 14 \leq y_{13} \leq 25 & \quad 0 \leq h_{3,8} \leq 250 & \quad 0 \leq h_{9,12} \leq 170 & \quad 0 \leq h_{3,17} \leq 145 \\ 0 \leq y_5 \leq 38 & \quad 31 \leq y_{14} \leq 41 & \quad 0 \leq h_{8,3} \leq 500 & \quad 0 \leq h_{12,9} \leq 100 & \quad 0 \leq h_{7,13} \leq 250 \\ 0 \leq y_6 \leq 60 & \quad 5 \leq y_{15} \leq 60 & \quad 0 \leq h_{6,8} \leq 430 & \quad 0 \leq h_{9,13} \leq 155 & \quad 0 \leq h_{5,16} \leq 120 \\ 22 \leq y_7 \leq 44 & \quad 0 \leq y_{16} \leq 0 & \quad 0 \leq h_{8,6} \leq 320 & \quad 0 \leq h_{13,9} \leq 450 & \quad 0 \leq h_{16,15} \leq 300 \\ 0 \leq y_8 \leq 0 & \quad 3 \leq y_{17} \leq 57 & \quad 0 \leq h_{7,8} \leq 100 & \quad 0 \leq h_{11,12} \leq 300 & \quad 0 \leq h_{6,14} \leq 280 \\ 4 \leq y_9 \leq 70 & & \quad 0 \leq h_{8,7} \leq 110 & \quad 0 \leq h_{12,11} \leq 200 & \quad 0 \leq h_{14,6} \leq 250 \end{aligned}$$



Nilai variabel keputusan baru adalah

$$X'_B = X_B + B^{-1}\Delta b$$

$$= \begin{bmatrix} 35 \\ 70 \\ 0 \\ 10 \\ 85 \\ 31 \\ 10 \\ 52 \\ 46 \\ 41 \\ 35 \\ 40 \\ 33 \\ 22 \\ 4 \\ 5 \\ 14 \\ 60 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \\ -10 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 \\ 70 \\ 0 \\ 10 \\ 75 \\ 31 \\ 10 \\ 52 \\ 46 \\ 41 \\ 35 \\ 40 \\ 33 \\ 22 \\ 4 \\ 5 \\ 14 \\ 60 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Nilai optimal fungsi tujuan dari perubahan ini adalah

$$f'_{\min} = f_{\min} + \Delta f$$

$$= f_{\min} + c_B^T \Delta X_B$$

$$= -20920 + 135.27$$

$$f'_{\min} = -20785 \quad (11)$$

Artinya perubahan kapasitas transmisi pada node 1 ke node 5 memberikan perubahan pada solusi optimal, yaitu listrik yang perlu dibeli dari node 1 bertambah menjadi 50 MWh dan listrik yang perlu dibeli pada node 5 berkurang menjadi 75 MWh. Dengan melakukan penjualan dan pembelian sesuai solusi baru yang diperoleh, maka keuntungan yang diperoleh perusahaan pengelola listrik adalah sebesar 20785 Euro.

2. Perubahan Koefisien Fungsi Tujuan

Pada contoh kasus ini perubahan terjadi pada koefisien fungsi tujuan yang bersesuaian dengan variabel nonbasis. Perubahan yang terjadi adalah pada harga pembelian listrik di negara CRO dinotasikan c_7 dan harga pembelian listrik di negara SLO dinotasikan c_{10} . Variabel x_7 dan x_{10} berkoefisien 1 pada fungsi kendala persamaan ke-1 sehingga $a_{1,7} = 1$ dan $a_{1,10} = 1$. Pada matriks B^{-1} nilai $\beta_{i,1}$ yang bernilai tak nol adalah

$$\beta_{3,1} = 1$$

Agar solusi basis awal tetap menjadi basis bagi solusi yang baru, maka

$$\Delta c_7 + \bar{c}_7 \geq 0$$

$$\Delta c_7 \geq -\bar{c}_7$$

$$\Delta c_7 \geq -(c_7 - c_B^T B^{-1} A_7)$$

$$\Delta c_7 \geq c_B^T B^{-1} A_7 - c_7$$

$$\Delta c_7 \geq c_{B3} \beta_{3,1} a_{1,7} - c_7$$

$$\Delta c_7 \geq c_{B3} - c_7$$

$$\Delta c_7 \geq 38.3130 - 35.4879$$

$$\Delta c_7 \geq 2.8251 \quad (12)$$

dan

$$\Delta c_{10} + \bar{c}_{10} \geq 0$$

$$\Delta c_{10} \geq -\bar{c}_{10}$$

$$\Delta c_{10} \geq -(c_{10} - c_B^T B^{-1} A_{10})$$

$$\Delta c_{10} \geq c_B^T B^{-1} A_{10} - c_{10}$$

$$\Delta c_{10} \geq c_{B3} \beta_{3,1} a_{1,10} - c_7$$

$$\Delta c_{10} \geq c_{B3} - c_{10}$$

$$\Delta c_{10} \geq 38.3130 - 36.765$$

$$\Delta c_{10} \geq 1.548 \quad (13)$$

Artinya apabila perubahan harga pembelian listrik di negara CRO lebih besar dari 2.8251 Euro/MWh dan pembelian listrik di negara SLO lebih besar dari 1.548 Euro/MWh maka solusi basis awal tetap menjadi basis bagi solusi yang baru.

Misalkan terjadi perubahan harga pembelian listrik pada node 7 yaitu negara CRO dari 35.4879 Euro/MWh menjadi 39.4879 Euro/MWh dan pada node 10 yaitu negara SLO harga pembelian listrik berubah dari 36.765 Euro/MWh menjadi 39.765 Euro/MWh. Pada masalah ini terjadi perubahan c_7 sebesar 4 Euro/MWh dan perubahan c_{10} sebesar 3 Euro/MWh. Untuk mengetahui pengaruh perubahan terhadap solusi optimal perlu dilakukan Analisis Sensitivitas terhadap perubahan koefisien fungsi tujuan.

$$\bar{c}_7 = c_7 - c_B^T B^{-1} A_7$$

$$= 35.4879 - 38.3130$$

$$= -2.8251 \quad (14)$$

dan

$$\bar{c}_{10} = c_{10} - c_B^T B^{-1} A_{10}$$

$$= 36.765 - 38.3130$$

$$= -1.548 \quad (15)$$

sehingga

$$\bar{c}_7 + \Delta c_7 = -2.8251 + 4$$

$$= 1.1749 \geq 0 \quad (16)$$

dan

$$\bar{c}_{10} + \Delta c_{10} = -1.548 + 3$$

$$= 1.452 \geq 0 \quad (17)$$

Solusi optimal awal tetap optimal pada masalah ini karena $\bar{c}_7 + \Delta c_7 \geq 0$ dan $\bar{c}_{10} + \Delta c_{10} \geq 0$. Karena x_7 dan x_{10} adalah variabel non basis maka $\Delta f = 0$. Artinya nilai fungsi tujuan tidak berubah. Perubahan harga pembelian listrik pada node 7 sebesar 4 Euro/MWh dan pada node 10 sebesar 3 euro/MWh tidak mengubah nilai dari variabel keputusan maupun nilai fungsi tujuan.



dari node 1 yaitu negara BEL ke node 5 yaitu negara CZE berubah sehingga keuntungan yang diperoleh juga berubah. Perubahan pada biaya pembelian listrik, penjualan listrik atau penambahan kapasitas transmisi selama tidak mengubah basis solusi tidak mengakibatkan perubahan pada jumlah listrik yang perlu dijual ataupun dibeli juga tidak mengubah jumlah kapasitas transmisi yang perlu ditambahkan. Sama halnya dengan penambahan variabel baru, dan perubahan status pemasok dan atau pembeli pada suatu negara selama tidak mengubah basis solusi awal maka tidak terjadi perubahan baik pada jumlah listrik yang perlu dibeli dan dijual juga pada jumlah kapasitas transmisi tambahan.

4. Kesimpulan

Masalah Optimisasi penjualan listrik dapat diselesaikan menggunakan model Optimisasi Linear, dengan fungsi tujuan memaksimalkan keuntungan bersih yang diperoleh. Fungsi kendala yang membatasi masalah yaitu total listrik yang dibeli sama dengan total listrik yang dijual, jumlah listrik yang memasuki dan atau dibeli pada suatu node sama dengan jumlah listrik yang keluar dan atau dijual pada node tersebut serta jumlah listrik yang dibeli dan dijual harus berada diantara batas pembelian dan penjualan listrik.

Ketika perubahan yang tidak mengubah basis awal solusi terjadi maka perubahan pada biaya (pembelian listrik, penjualan listrik ataupun penambahan kapasitas transmisi), penambahan variabel baru, dan penambahan status (pemasok dan atau pembeli) pada suatu negara tidak mengubah solusi optimal. Artinya ketika terjadi perubahan-perubahan tersebut, perusahaan pengelola listrik tidak perlu mengubah keputusan dalam menentukan jumlah pembelian listrik, penjualan listrik maupun kapasitas transmisi tambahan. Ketika perubahan kapasitas transmisi terjadi meskipun tidak mengubah solusi basis awal, maka terjadi perubahan solusi optimal yang mengakibatkan nilai optimal fungsi tujuan juga berubah. Artinya apabila terjadi perubahan tersebut, perusahaan pengelola listrik perlu mengubah keputusan dalam menentukan jumlah pembelian listrik, penjualan listrik atau penambahan kapasitas transmisi sehingga terjadi perubahan keuntungan yang diperoleh.

Masalah penjualan listrik ini membutuhkan data jaringan transmisi dari koneksi lintas batas sehingga melibatkan beberapa negara yang saling berbatasan. Namun Demikian, model Optimisasi ini dapat juga digunakan dalam mengolah data di Indonesia dalam cakupan area lebih sempit.

Efisiensi masalah penjualan listrik dapat ditingkatkan dengan menghubungkan paling tidak dua masalah Optimisasi yaitu perencanaan jangka pendek dan perencanaan jangka panjang (Marinovic, et al.,2012). Perencanaan jangka

panjang bertujuan menentukan node pembeli dan pemasok yang menarik untuk dilakukan kerjasama serta menentukan kapasitas transmisi yang perlu dibeli untuk periode selanjutnya. Dalam skripsi ini dilakukan perencanaan jangka pendek yang bertujuan memperoleh keuntungan maksimum bagi perusahaan dengan tetap memenuhi kebutuhan listrik konsumen. Oleh karena itu, diharapkan penelitian selanjutnya dapat menyelesaikan masalah Optimisasi penjualan listrik perencanaan jangka panjang.

Pada masalah *Linear Programming* beberapa parameter dapat berubah dan dapat berpengaruh terhadap solusi optimal yang diperoleh. Perubahan parameter tersebut mungkin saja diskrit ataupun kontinyu (Rao, S.,1989). Pada skripsi ini hanya dilakukan Analisis Sensitivitas dimana perubahan yang terjadi merupakan perubahan pada parameter diskrit. Maka disarankan pula untuk penelitian selanjutnya dapat melakukan *Parametric Programming* pada masalah Optimisasi penjualan listrik.

Daftar Pustaka

- Azwar, S. (2014). Metode Penelitian (Ed.). Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Borenstein, S., Bushnell, J., Knittel, C. R., dan Wolfram, C. (2001). *Trading Inefficiencies In California's Electricity Markets. Journal of Industrial Economics* (56)
- Chaerani, D. (2012). Modul Matakuliah Optimisasi. Jatinangor.
- Coutinho, P. C., dan Rossi, A. (2013). *Trading Forward in the Brazilian Electricity Market*. 3(3).
- Gil, E., Mccaley, J., dan M. Ryan, S. (2007). *A Multiperiod Generalized Network Flow Model of the U.S. Integrated Energy System. Power System*, 22.
- Liu, M., dan Wu, F. F. (2007). *Portfolio Optimization in Electricity Markets. Electricity Power System Research*, 77.
- Marinovic, M. R., Makajic-Nicolic, D. D., Stanojevic, M. J., dan Dordevic, L. S. (2012). *Optimization of electricity trading using linear programming*.
- Marinovic, M., Makajic - Nikolic, D., dan Stanojevic, M. (2013). *Optimization in Day-Ahead Planning of Energy Trading. Journal of Applied Engineering Science*, XI(5).
- Oggioni, G., dan Smeers, Y. (2008). *Evaluating the Impact of Average Cost Based Contracts on the Industrial Sector in the European Emission Trading Scheme*.
- Purchala, K., Haesen, E., Meeus, L., dan Belmans, R. (2005). *Zonal Network Model of European Interconnected Electricity Network*.



Rao, S. 2009. *Engineering Optimization Theory and Practice*. Canada: John Wiley and Sons, Inc.

Statista. (2015). *Structure of Residential Electricity Prices in European Countries*. (Statista). www.statista.com, diakses Januari 2016.

TheMathWorks. (2009). Natick: TheMathWorks, Inc.

Undang-Undang Republik Indonesia Nomor 30 Tahun 2009 tentang Ketenagalistrikan. (2009). Jakarta.