



# Penerapan Metode *Grey Relational Analysis* dan *Desirability Function* pada Optimasi Multi Respon Desain Taguchi

Sri Winarni\*, Budhi Handoko, Yeny Krista Franty

Departemen Statistika FMIPA Unpad

\*E-mail: sri.winarni@unpad.ac.id

## Abstrak

Desain taguchi merupakan desain eksperimen yang sering digunakan untuk mendapatkan respon yang robust. Pada desain taguchi multi respon, proses optimasi dilakukan dengan mempertimbangkan seluruh respon secara simultan. Pada penelitian ini akan digunakan metode *grey relational analysis* yang dikombinasikan dengan *desirability function* dalam proses normalisasinya. *Grey Relational Grade* merupakan konversi multi respon terhadap satu variabel grade yang digunakan untuk menentukan titik optimum. Studi kasus yang digunakan pada penelitian ini adalah kasus optimasi pada *wire EDM process*. Tujuan dari penelitian ini adalah mendapatkan komposisi perlakuan yang menghasilkan karakteristik *wire EDM process* yang optimal. Hasil optimasi didapatkan pada faktor *discharge current* 16 amp, *pulse duration* 3.2  $\mu$ sec, *pulse frequency* 40KHz, *wire speed* 7.6 m/min, *wire tension* 1200g dan *dielectric flow rate* 1.4 bars.

Kata kunci: *optimasi multi respon, grey relational analysis, grey-desirability function*

## 1. Pendahuluan

Pada bidang industri manufaktur, rekayasa kualitas dibutuhkan untuk mendapatkan produk yang berkualitas. Kualitas suatu produk seringkali tidak hanya mempertimbangkan satu karakteristik kualitas saja, melainkan beberapa karakteristik dipertimbangkan secara simultan. Proses optimasi dengan mempertimbangkan lebih dari satu respon (karakteristik produk) disebut dengan optimasi multirespon. Optimasi multi respon merupakan upaya untuk mendapatkan komposisi faktor yang menghasilkan karakteristik respon optimum secara simultan. Desain eksperimen yang sering digunakan dalam proses optimasi kualitas adalah desain taguchi (Munmun & Kali, 2015)

Desain taguchi merupakan desain eksperimen yang digunakan untuk mendapatkan produk yang bersifat robust (kokoh), artinya bahwa produk yang dihasilkan tidak berubah atau tidak terpengaruh oleh faktor gangguan yang berasal dari luar produk. Perlakuan yang dicobakan dalam desain taguchi dapat berupa *cross array* atau *orthogonal array*.

Analisis yang umum digunakan pada desain taguchi adalah metode *signal-to-noise ratio* (SNR). Metode SNR digunakan pada desain taguchi satu respon, sedangkan untuk desain taguchi multi respon dapat digunakan metode *grey relational analysis*. Pada penelitian ini metode *grey relational analysis* akan digabungkan dengan metode *desirability function*.

Tujuan dari penelitian ini adalah menerapkan metode *grey relational analysis* dan *desirability function* untuk melakukan proses optimasi multi respon desain taguchi.

## 2. Metode Penelitian

Proses optimasi multi respon dilakukan dengan membakukan masing-masing respon agar tidak terpengaruh oleh satuan yang digunakan. Tahap selanjutnya adalah mengkonversi beberapa respon yang terlibat menjadi satu variabel respon yang digunakan untuk menentukan titik optimum.

Metode *grey relational analysis* digunakan ketika ada ketidakjelasan informasi mengenai parameter yang digunakan dalam penelitian. Ketidakjelasan tersebut dapat berupa ketidakjelasan hubungan antar elemen yang terlibat dalam percobaan. Hubungan antar faktor maupun hubungan respon yang diamati (Ganesh & Raju, 2011). penggunaan metode ini sering menjadi pilihan karena teknik perhitungan yang relatif mudah dan tidak memerlukan asumsi distribusi tertentu dalam statistika.

Metode *desirability function* merupakan metode optimasi multi respon dengan mengkonversi masing-masing respon dalam fungsi *individual desirability* yang bernilai 0 sampai dengan 1 (Prajina, 2013). konversi nilai respon ini menggunakan batasan nilai spesifikasi masing-masing respon. Metode *desirability function* dapat dikombinasikan dengan *grey relational analysis*.

Pada metode *grey relational analysis* yang dikombinasikan dengan *desirability function*, pembakuan respon dilakukan dengan *individual desirability function*. Respon yang telah dibakukan kemudian dikonversi kedalam *grey relational grade* yang akan digunakan untuk menentukan titik optimum.



## 2.1 Studi Kasus

Studi kasus yang digunakan dalam penelitian ini diambil dari Suresh et.al 2014, yaitu kasus optimasi pada proses pemotongan besi. Percobaan dilakukan dengan desain taguchi menggunakan ortogonal array L9. Terdapat dua respon yang dipertimbangkan dalam menentukan kualitas hasil pemotongan besi, yaitu *surface roughness* dan *material removal rate*. Tiga faktor yang dicobakan adalah *spindle speed*, *feed*, dan *depth of cut*. masing-masing dilakukan dengan tiga taraf faktor. Data percobaan diberikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Data Kasus Percobaan

No	Spindle speed (rpm)	Feed (mm/rev)	Doc (mm)	Surface roughness (mm)	Material removal rate (mm <sup>3</sup> /min)
1	450	0.05	0.10	12.130	51.870
2	450	0.07	0.20	11.250	288.613
3	450	0.09	0.25	0.9678	476.167
4	580	0.05	0.20	13.120	261.906
5	580	0.07	0.25	12.250	541.901
6	580	0.09	0.10	10.950	206.916
7	740	0.05	0.25	11.967	407.997
8	740	0.07	0.10	12.860	226.108
9	740	0.09	0.20	10.882	544.693

Sumber : Suresh et al. 2014

Tujuan optimasi pada kasus ini adalah mendapatkan komposisi perlakuan yang menghasilkan potongan besi dengan *surface roughness* minimum dan *material removal rate* maksimum. Metode analisis yang digunakan pada Suresh et al. (2014) adalah metode *grey relational analysis* dan *desirability function*. Penggunaan dua metode ini dilakukan secara terpisah. Dari masing-masing metode didapatkan titik optimum yang berbeda.

## 2.2 Metode Analisis Data

Metode analisis yang digunakan dalam penelitian ini adalah gabungan antara metode *grey relational analysis* dengan *desirability function* (*grey-desirability function*). Metode ini digunakan untuk melakukan proses optimasi multi respon. Prinsip analisis optimasi multi respon adalah mengkonversi masing-masing respon pada skala 0 sampai 1. Kemudian membentuk satu fungsi tujuan yang merupakan gabungan dari seluruh respon yang telah dikonversi. Dari fungsi tujuan yang terbentuk dapat ditentukan komposisi faktor yang menghasilkan respon optimum secara simultan.

Pada metode *grey-desirability function*, konversi respon dilakukan menggunakan

*desirability function*, selanjutnya pembentukan fungsi tujuan dilakukan dengan metode grey-taguchi. Tahapan analisis yang dilakukan pada penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Mengkonversi respon dengan *desirability function*.

Fungsi *desirability* merupakan suatu transformasi geometrik dari nilai respon menjadi bernilai 0 sampai dengan 1 ( $0 \leq d_i \leq 1$ ). Nilai ini menunjukkan tingkat kedekatan respon terhadap targetnya. Respon yang berada pada selang nilai target yang ditentukan memiliki nilai *desirability* nol sampai satu ( $0 < d_i < 1$ ). Sedangkan respon yang sangat dekat sekali dengan nilai target memiliki nilai *desirability* sebesar satu ( $d_i = 1$ ). Sebaliknya untuk respon yang berada diluar selang target yang ditentukan maka nilai *desirability*-nya adalah nol ( $d_i = 0$ ). Fungsi  $d_i$  merupakan *individual desirability function*.

Berdasarkan tujuannya, fungsi *desirability* dapat dikategorikan menjadi tiga, yaitu : *nominal-the-best* (NB), *larger-the-better* (LB) dan *smaller-the-better* (SB). Jika dimisalkan  $T$  adalah nilai target yang diinginkan,  $L$  adalah batas bawah target, dan  $U$  adalah batas atas target ( $L \leq T \leq U$ ), maka bentuk fungsi *desirability* dari masing-masing kategori tersebut adalah sebagai berikut : (Montghomery, 2013)

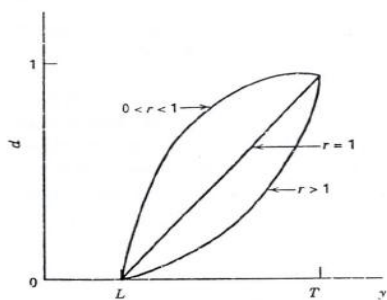
- i. *Larger-the-better* (LB)

Digunakan jika tujuan optimasi adalah untuk memaksimumkan respon, bentuk fungsi *individual desirability* seperti pada Persamaan (1).

$$d_i = \begin{cases} 0 & ; & y_i < L \\ \left(\frac{y_i - L}{T - L}\right)^r & ; & L \leq y_i \leq T \dots\dots\dots (1) \\ 1 & ; & y_i > T \end{cases}$$

Indeks  $r$  pada *individual desirability function* merupakan pembobotan yang menunjukkan penekanan jauh dekatnya respon terhadap nilai target. Nilai  $0 < r < 1$  menunjukkan penekanan yang kurang pada targetnya. Semakin besar nilai  $r$  maka semakin jauh nilai respon dari targetnya. Nilair = 1 menunjukkan kepentingan yang sama terhadap target. Pada nilai ini fungsi *desirability* berbentuk linear. Nilair > 1 menunjukkan penekanan yang lebih pada targetnya. Kondisi yang ideal adalah nilai *desirability* yang tinggi menunjukkan nilai respon yang dekat dengan targetnya.

Bentuk grafik *desirability function* LB diberikan pada Gambar 1.



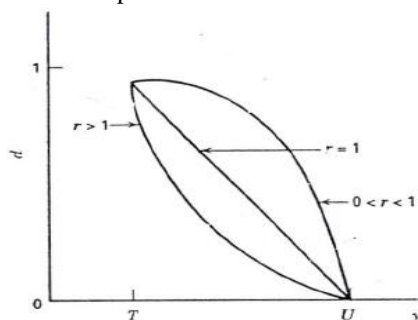
Gambar 1. Desirability Function untuk Larger-the-better

ii. *Smaller-the-better* (SB)

Digunakan jika tujuan optimasi adalah meminimumkan respon. bentuk *desirability function* pada kategori ini diberikan pada Persamaan (2).

$$d_i = \begin{cases} 1 & ; y_i < T \\ \left(\frac{u-y_i}{u-T}\right)^r & ; T \leq y_i \leq U \\ 0 & ; y_i > U \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

Grafik *desirability function* untuk *smaller-the-better* diberikan pada Gambar 2.



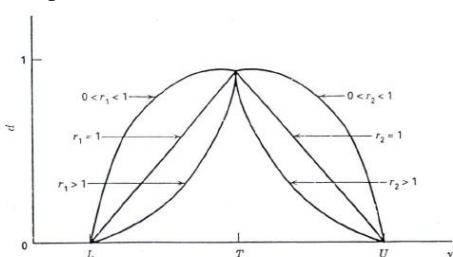
Gambar 2. Desirability Function untuk Smaller-the-better

iii. *Nominal-the-best* (NB)

Digunakan jika respon yang diinginkan berada pada nilai target tertentu. bentuk fungsi *individual desirability* seperti pada persamaan (3).

$$d_i = \begin{cases} 0 & ; y_i < L \\ \left(\frac{y_i-L}{T-L}\right)^r & ; L \leq y_i \leq T \\ \left(\frac{u-y_i}{u-T}\right)^r & ; T \leq y_i \leq U \\ 0 & ; y_i > U \end{cases} \dots\dots\dots (3)$$

Grafik *desirability function* untuk *nominal-the-best* diberikan pada Gambar 3.



Gambar 3. Desirability Function untuk Nominal-the-best

Dalam persamaan *individual desirability function*, notasi *y* merupakan model *response surface* untuk masing-masing respon. Secara umum jika terdapat *k* variabel bebas maka model ordo pertama dapat dituliskan dalam Persamaan (4) : (Saurav & Shiba, 2010)

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \epsilon \dots\dots (4)$$

Persamaan umum model *response surface* ordo kedua diberikan pada Persamaan (5) :

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \sum \beta_{ij} x_i x_j + \epsilon \dots\dots\dots (5)$$

Penentuan model yang tepat dilakukan dengan uji *lack-of-fit*.

2. Menentukan nilai *Grey Relational Coefficient* (GRC).

Setelah dilakukan konversi terhadap respon langkah berikutnya adalah menentukan nilai GRG menggunakan Persamaan 2.6.

$$\gamma(x_{0j}, x_{ij}) = \frac{\Delta_{Min} + \zeta \Delta_{Max}}{\Delta_{ij} + \zeta \Delta_{Max}} \dots\dots\dots (6)$$

dengan  $i = 1, 2, \dots, m$   $j = 1, 2, \dots, n$   
 $\Delta_{ij} = x_{0j} - x_{ij}$  merupakan perbedaan absolut antara nilai  $x_{0(j)}$  dengan  $x_{i(j)}$ .  $\zeta$  merupakan koefisien identifikasi dan digunakan untuk mengimbangi pengaruh  $\Delta_{max}$  ketika memiliki nilai terlalu besar. Pada kasus ini diambil nilai  $\zeta = 0,5$ .

$$\Delta_{Min} = \text{Min}\{\Delta_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n\}$$

$$\Delta_{Max} = \text{Max}\{\Delta_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n\}$$

nilai  $\Delta_{ij}$  yang merupakan perbedaan absolut antara nilai  $x_{0(j)}$  dengan  $x_{i(j)}$ . Nilai  $x_{0(j)}$  merupakan nilai *desirability* terbesar pada masing-masing respon. (Yodollahi & Ajorloo, 2015)

3. Menentukan nilai *Grey Relational Grade* (GRG)

Nilai GRG merupakan nilai konversi optimasi multi respon menjadi satu respon. Nilai GRG didapatkan dari Persamaan 7.

$$\Gamma(x_0, x_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \gamma(x_{0j}, x_{ij}) \dots\dots\dots (7)$$

Nilai GRG digunakan untuk menentukan titik optimum. Nilai GRG terbesar menunjukkan titik optimum. (Yodollahi & Ojorloo, 2015)



4. Menentukan titik optimum melalui plot pengaruh utama GRG.

Penentuan titik optimum dapat dilakukan melalui plot pengaruh utama dari GRC. Titik optimum diambil dari taraf faktor yang memberikan nilai GRG tertinggi. (Suresh, *et al.*, 2014)

### 3. Hasil dan Pembahasan

Analisis dengan metode *grey-desirability function* dilakukan dengan mengkonversi respon kedalam *individual desirability function* kemudian menentukan *grey relational coefficient* (GRC). Kombinasi perlakuan yang memberikan respon optimum secara simultan didapatkan dari nilai *grey relational grade* (GRG).

#### 3.1. Konversi nilai respon kedalam *individual desirability function*.

Dalam konversi *individual desirability function* dibutuhkan model *response surface* untuk masing-masing respon. Dari hasil analisis didapatkan model *response surface* untuk respon *surface roughness* diberikan pada Persamaan (8).

$$y_1 = 1,4078 + 0,0003x_1 - 4,7558x_2 - 0,4223x_3 + \epsilon \quad \dots\dots\dots (8)$$

Sedangkan untuk respon *material removal rate* didapatkan model pada Persamaan (9).

$$y_2 = -587,21 + 0,4137x_1 + 4216,69x_2 + 2083,33x_3 + \epsilon$$

Model yang didapat adalah model linear dengan  $x_1$ ,  $x_2$ , dan  $x_3$  merupakan faktor yang yang dicobakan.

Tujuan optimasi pada kasus yang digunakan adalah mendapatkan kombinasi perlakuan yang menghasilkan *surface roughness* minimum dan *material removal rate* maksimum. Dengan demikian konversi pada respon *surface roughness* dilakukan dengan karakteristik *smaller-the-better* yang diberikan pada Persamaan 2. Sedangkan respon *material removal rate* dikonversi dengan karakteristik *larger-the-better*. Pada percobaan yang diambil dari Suresh, *et.all* 2014 tidak diberikan batas spesifikasi kualitas yang diinginkan untuk masing-masing respon. Misal pada penelitian ini diambil batas spesifikasi untuk respon *surface roughness* adalah 1,05 – 1,25  $\mu\text{m}$ , dan untuk respon *material removal rate* diambil batas spesifikasi 400-510. Maka hasil konversi kedalam *individual desirability function* diberikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil konversi respon kedalam *individual desirability function*

y1	y2	d1	d2
1,2576	18,1477	0,0000	0,0000
1,1202	310,8145	0,6489	0,0000
1,0040	499,3148	1,0000	0,9029
1,2528	280,2690	0,0000	0,0000
1,1366	468,7693	0,5670	0,6252
1,1048	240,6036	0,7259	0,0000
1,2778	450,6364	0,0000	0,4603
1,2461	222,4707	0,0197	0,0000
1,1087	515,1375	0,7064	1,0000

Pada respon *surface roughness* jika  $y_1$  bernilai kurang dari 1,05 maka *individual desirability* bernilai 1. Sedangkan jika  $y_1$  bernilai lebih besar dari 1,25 maka *individual desirability* bernilai 0. Ketika  $y_1$  bernilai diantara 1,05 – 1,25 maka *individual desirability* bernilai 0 – 1. Untuk respon *material removal rate* berlaku sebaliknya karena tujuan optimasinya adalah memaksimumkan dengan karakteristik *larger-the-better*.

Ketika analisis dilakukan dengan metode *desirability function* maka *individual desirability function* akan digabungkan dalam *composite desirability function*. Tetapi jika metode *desirability function* ini dikombinasikan dengan metode *grey relational analysis* maka *individual desirability* ini akan dikonversi kedalam *grey relational coefficient* (GRC) yang diberikan pada Persamaan (6). Dalam konversi kedalam GRC perlu diketahui terlebih dahulu nilai  $\Delta_{ij}$  yang merupakan perbedaan absolut perbedaan absolut antara nilai  $x_0(j)$  dengan  $x_i(j)$ . Nilai  $x_0(j)$  merupakan nilai *desirability* terbesar pada masing-masing respon. Hasil  $\Delta_{ij}$  dan GRC untuk masing-masing respon diberikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Nilai  $\Delta_{ij}$  dan GRC untuk masing-masing respon

$\Delta_{i1}$	$\Delta_{i2}$	GRC1	GRC2
1,0000	1,0000	0,3333	0,3333
0,3511	1,0000	0,5875	0,3333
0,0000	0,0971	1,0000	0,8373
1,0000	1,0000	0,3333	0,3333
0,4330	0,3748	0,5359	0,5715
0,2741	1,0000	0,6459	0,3333
1,0000	0,5397	0,3333	0,4809
0,9803	1,0000	0,3378	0,3333
0,2936	0,0000	0,6300	1,0000



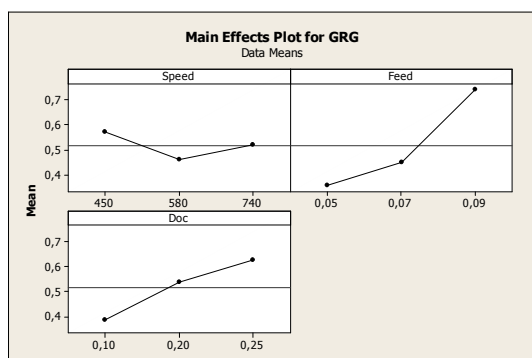


Setelah didapat nilai GRC untuk masing-masing respon kemudian dilakukan penggabungan GRC menjadi *grey relational grade* (GRG) yang akan digunakan untuk menentukan titik optimum. Hasil GRG diberikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil *grey relational grade*

Speed	Feed	Doc	GRG
450	0,05	0,1	0,3333
450	0,07	0,2	0,4604
450	0,09	0,25	0,9187
580	0,05	0,2	0,3333
580	0,07	0,25	0,5537
580	0,09	0,1	0,4896
740	0,05	0,25	0,4071
740	0,07	0,1	0,3355
740	0,09	0,2	0,8150

Percobaan yang terdiri dari dua respon sudah dikonversi menjadi satu variabel yaitu GRG. Nilai GRG digunakan untuk menentukan komposisi perlakuan yang menghasilkan respon optimum secara simultan. Penentuan taraf faktor optimum dilakukan dengan plot pengaruh utama. Hasil plot pengaruh utama diberikan pada Gambar 4.



Gambar 4. Plot pengaruh utama GRG

Kombinasi perlakuan yang menghasilkan respon optimum secara simultan ditentukan dari pengaruh utama GRG yang tertinggi. Pada factor spindle speed didapatkan taraf yang memberikan rata-rata nilai GRG tertinggi adalah *spindle speed* 450 rpm. Faktor *feed rate* memberikan hasil optimum pada taraf 0,05 mm/rev. Sedangkan factor depth of cut memberikan hasil GRG tertinggi pada taraf 0,25 mm. Dengan demikian titik optimum yang didapat dengan metode *grey desirability function* adalah factor *spindle speed* 450 rpm, *feed rate* 0,05 mm/rev, *depth of cut* 0,25 mm.

#### 4. Kesimpulan

Analisis Optimasi multi respon dengan metode *grey desirability function* yang diterapkan pada kasus optimasi pemotongan besi didapatkan perlakuan yang menghasilkan *surface roughness* dan *material removal rate* optimum adalah factor *spindle speed* 450 rpm, *feed rate* 0,05 mm/rev, *depth of cut* 0,25 mm

Kelemahan dari analisis ini adalah tidak adanya pengujian untuk mengetahui metode mana yang memberikan hasil terbaik. Perlu dilakukan percobaan konfirmatori untuk mengetahui apakah benar kombinasi perlakuan yang didapat adalah kombinasi perlakuan yang mengoptimalkan respon secara simultan.

#### Daftar Pustaka

- Ganesh V.J, Raju R. (2011). Multi-Response Optimization of Process Parameters Using Weight Based Grey Analysis and Weight Based Desirability Function in The Taguchi Method. *Journal of Microwave Science and Technology*, Volume 1, No 1-2.
- Montgomery DC. (2013). *Design and Analysis of Experiments*. Ed ke-8. New York: John Wiley & Sons, inc.
- Munmun B., Kali P. (2015), Multi Response Optimization of Machining Parameters in Electro Discharg Machining of AISI 304 Using Desirability with Grey Relation Analysis. *IJPRET*, Volume 3(9). p 15-22
- Prajina N.V. (2013), Multi Response Optimization of CNC End Milling Using Response Surface Methodology and Desirability Function. *International Journal of Engineering Research and Technology* ISSN 0974-3154 Volume 6, Number 6, p. 739-746.
- Saurav D., Siba S.M. (2010), Modeling, Simulation and Parametric Optimization of Wire EDM Process Using Response Surface Methodology Coupled With Grey-Taguchi Technique. *International Journal of Engineering, Science and Technology*. Vol 2, No. 5, p. 162-183
- Suresh. R.K., Venkataramaiah P., Krishnaiah G. (2014) Multi Response Optimization In Turning of AISI 8620 Alloy Steel with CVD Tool Using DFA and GRA – A Comparative Study. *Journal of Production Engineering*. Vol. 17, No. 2.
- Yodollahi, A, Ajorloo, A.M, Zolfaghari, A. (2015). Application of Grey-Taguchi Method for Simultaneous Optimization of Multiple Quality Characteristics in Lead-Slag Radiation Sheilding Concrete. *Boson Journal of Modern Physics (BJMP)*. Volume 2 issue 1. p. 60-72.