



Pemodelan *Geographically Weighted Logistic Regression* pada Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat di Provinsi Papua

M. Fathurahman^{1,2,*}, Purhadi³, Sutikno³, Vita Ratnasari³

¹Mahasiswa Program Doktor Jurusan Statistika, FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember

²Program Studi Statistika Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Mulawarman

³Jurusan Statistika, FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember

*E-mail: fathur@fmipa.unmul.ac.id

Abstrak

Model *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) merupakan pengembangan dari model regresi logistik yang mempertimbangkan faktor lokasi. Faktor ini digunakan sebagai pembobot dan memiliki nilai yang berbeda untuk setiap lokasi yang menunjukkan sifat lokal pada model GWLR. Penaksiran parameter model GWLR menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) terboboti. Pembobot yang digunakan adalah pembobot fungsi kernel *Gaussian* dan *Bisquare*. Pengujian hipotesis model GWLR menggunakan metode *Maximum Likelihood Ratio Test* (MLRT) dan uji Wald. Model GWLR diaplikasikan pada pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat (IPKM) kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013. Hasil penelitian menunjukkan bahwa penaksir parameter model GWLR yang diperoleh dengan metode MLE berbentuk fungsi yang tidak *closed-form*. Penaksir parameter model GWLR dapat diperoleh dengan metode iterasi Newton-Raphson. Statistik uji pada pengujian hipotesis model GWLR mendekati distribusi *F*, *chi-square*, dan normal standar. Model GWLR terbaik pada pemodelan IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013 adalah model GWLR dengan pembobot fungsi kernel *Gaussian*. Faktor-faktor yang mempengaruhi IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013 berdasarkan model GWLR adalah persentase penduduk yang tamat perguruan tinggi dan persentase penduduk miskin.

Kata Kunci: GWLR, MLE, Newton-Raphson, MLRT, IPKM.

1. Pendahuluan

Analisis regresi merupakan suatu metode statistika yang dapat menjelaskan hubungan antara variabel respon dan variabel bebas. Pada umumnya analisis regresi untuk data spasial digunakan untuk menganalisis data dengan variabel respon kuantitatif (kontinu) yang berdistribusi normal. Akan tetapi dalam prakteknya seringkali dijumpai variabel respon kualitatif (kategorik). Misalnya dalam bidang pendidikan, sosial, ekonomi, dan kesehatan.

Salah satu model regresi yang dapat menjelaskan hubungan antara variabel respon kategorik dengan variabel bebas adalah model regresi logistik. Model regresi logistik yang dikaji dalam penelitian ini adalah model regresi logistik dikotomis (biner) atau sering disebut dengan model regresi logistik (Hosmer, Lemeshow, and Surdivant 2013).

Beberapa penelitian yang mengkaji pengembangan model regresi logistik untuk data spasial diantaranya adalah model *Geographically Weighted Logistic Regression* (GWLR) yang digunakan untuk menjelaskan ketergantungan pada lokasi geografis dari hubungan antara erosi sungai dengan beberapa variabel yang mempengaruhi erosi di sungai Dyfi Afon, West Wales (Atkinson, German, Sear, and Clarck 2003). Model *Geographically Weighted Multinomial Logistic*

Regression (GWMLR) dan aplikasinya pada pertumbuhan pendatang di kota Springfield, Missouri (Luo and Kanala, 2008). Model *Multinomial Logit Geographically Weighted Regression* (MNLGWR) dan aplikasinya pada pemodelan transportasi (Wang, Kockelman, and Wang 2011). Model *Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression* (GWOLR) dan aplikasinya pada pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat kerawanan desa terhadap penyakit Demam Berdarah Dengue di Kabupaten Lamongan (Rifada and Purhadi 2011). Model *Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression Semiparametric* (GWOLRS) dan aplikasinya pada pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat kerawanan desa atau kelurahan terhadap penyakit Demam Berdarah Dengue di kota Makassar (Asrafiah and Purhadi 2012). Kajian teori mengenai penaksiran parameter dan pengujian hipotesis model GWMLR (Fathurahman, Purhadi, Sutikno, and Ratnasari 2014). Pemodelan GWMLR pada Indeks Pembangunan Manusia (IPM) dan status daerah bermasalah kesehatan kabupaten/kota di pulau Sumatera (Fibriyani, Latra, and Purhadi 2015).

Penelitian ini mengkaji model regresi logistik spasial, yaitu model GWLR. Kajian pada model GWLR dilakukan secara teori maupun terapan. Pada kajian teori dibahas penaksiran parameter dan

pengujian hipotesis. Pada penaksiran parameter digunakan pembobot fungsi kernel *Gaussian* dan *Bi-square* (Wang, Kockelman, and Wang 2011). Sedangkan pada kajian terapan dilakukan pemodelan terhadap faktor-faktor yang mempengaruhi Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat (IPKM) kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013. IPKM merupakan indikator komposit yang menggambarkan kemajuan pembangunan kesehatan dan bermanfaat untuk menentukan peringkat provinsi dan kabupaten/kota dalam mencapai keberhasilan pembangunan kesehatan masyarakat. IPKM dapat juga digunakan untuk menentukan prioritas daerah yang memerlukan bantuan dalam peningkatan pembangunan kesehatan (Kementerian Kesehatan 2014).

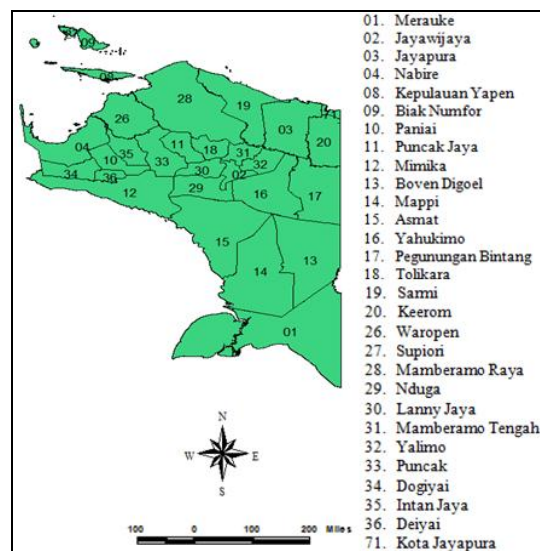
Berdasarkan hasil publikasi IPKM oleh Badan Penelitian dan Pengembangan Kesehatan (Balitbangkes) Kementerian Kesehatan tahun 2013, provinsi Papua menempati peringkat IPKM terendah dari seluruh provinsi di Indonesia, yaitu peringkat ke-33 dari 33 provinsi di seluruh Indonesia dengan capaian nilai IPKM sebesar 0,4387. Nilai IPKM ini menunjukkan bahwa provinsi Papua termasuk dalam kategori daerah bermasalah kesehatan (Kementerian Kesehatan 2010).

2. Metode

Metode yang digunakan dalam penelitian ini terbagi menjadi dua bagian yaitu metode pengumpulan data dan metode analisis data yang secara rinci diuraikan berikut ini.

2.1 Metode Pengumpulan Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) dan Balitbangkes Kementerian Kesehatan. Data yang diperlukan pada penelitian ini meliputi IPKM sebagai variabel respon (y) dengan kategori $0 = \text{IPKM} < \text{cut-off}$, $1 = \text{IPKM} > \text{cut-off}$, dimana $\text{cut-off} = \text{rata-rata IPKM Indonesia} - \text{standar deviasi IPKM Indonesia}$, persentase penduduk yang tamat perguruan tinggi (x_1), persentase penduduk miskin (x_2), peranan kabupaten/kota terhadap Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) (x_3), dan rasio dokter per puskesmas (x_4) sebagai variabel bebas. Selain variabel respon dan variabel bebas digunakan juga dua variabel geografis mengenai lokasi kabupaten/kota di provinsi Papua, yaitu koordinat bujur (u) dan koordinat lintang (v). Dua variabel tersebut digunakan untuk menentukan pembobot spasial pada model GWLR. Unit pengamatan pada penelitian ini adalah kabupaten/kota di provinsi Papua pada tahun 2013 yang terdiri dari 28 kabupaten dan 1 kota. Sehingga jumlah keseluruhan dari unit pengamatan adalah sebanyak 29 kabupaten/kota seperti terlihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Peta Provinsi Papua

2.2 Metode Analisis Data

Metode yang digunakan dalam analisis data pada penelitian ini adalah model regresi logistik dan model GWLR.

2.2.1 Model Regresi Logistik

Model regresi logistik dengan k variabel bebas dapat dinyatakan seperti persamaan (1).

$$\pi(\mathbf{x}) = \frac{\exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})}{1 + \exp(\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})} \quad (1)$$

Jika dilakukan transformasi logit terhadap persamaan (1), maka diperoleh model regresi logistik,

$$g(\mathbf{x}) = \ln\left(\frac{\pi(\mathbf{x})}{1 - \pi(\mathbf{x})}\right) = \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}, \quad (2)$$

dengan $\mathbf{x} = [1 \ x_1 \ \dots \ x_k]^T$ menyatakan vektor variabel bebas, $\boldsymbol{\beta}^T = [\beta_0 \ \beta_1 \ \dots \ \beta_k]$ adalah vektor parameter koefisien.

Model regresi logistik dapat diperoleh dengan melakukan penaksiran terhadap parameter model menggunakan metode MLE dan iterasi Newton-Raphson.

Untuk mengetahui adanya pengaruh variabel bebas terhadap variabel respon dilakukan pengujian hipotesis terhadap parameter model menggunakan metode MLRT dan uji Wald. Metode MLRT digunakan untuk uji serentak dan uji Wald digunakan untuk uji parsial.

2.2.2 Model GWLR

Dalam penelitian ini model GWLR digunakan untuk analisis data yang mempertimbangkan faktor lokasi. Setiap lokasi masing-masing mempunyai model. Model GWLR dengan k variabel bebas dapat ditulis seperti persamaan (3).

$$\pi(\mathbf{x}) = \frac{\exp(\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\mathbf{x})}{1 + \exp(\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i)\mathbf{x})} \quad (3)$$



Untuk mendapatkan model GWLR yang linier terhadap parameternya, dilakukan transformasi logit terhadap persamaan (3) sehingga diperoleh model GWLR seperti persamaan (4).

$$g(\mathbf{x}) = \ln \left(\frac{\pi(\mathbf{x})}{1-\pi(\mathbf{x})} \right) = \boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i) \mathbf{x}, \quad (4)$$

dengan $\mathbf{x} = [1 \ x_1 \ \dots \ x_k]^T$,

$$\boldsymbol{\beta}^T(u_i, v_i) = [\beta_0(u_i, v_i) \ \beta_1(u_i, v_i) \ \dots \ \beta_k(u_i, v_i)]$$

adalah berturut-turut vektor variabel bebas dan vektor parameter koefisien.

Seperti pada model regresi logistik, model GWLR dapat diperoleh dengan melakukan penaksiran terhadap parameter modelnya menggunakan metode MLE dan iterasi Newton-Raphson. Metode MLE tersebut diberi pembobot spasial yang disebut dengan pembobot fungsi kernel. Pembobot fungsi kernel yang digunakan adalah pembobot fungsi kernel *Gaussian* dan *Bisquare* (Fotheringham, Brunsdon, and Charlton 2002).

Untuk mengetahui adanya pengaruh variabel bebas terhadap variabel respon dilakukan pengujian hipotesis terhadap parameter model menggunakan metode MLRT dan uji Wald. Metode MLRT digunakan untuk pengujian kesamaan antara model GWLR dan model regresi logistik dan pengujian serentak. Uji Wald digunakan untuk pengujian parsial.

Model GWLR diaplikasikan pada pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013. Langkah-langkah analisis untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013 adalah melakukan statistika deskriptif sebagai gambaran awal untuk mengetahui IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013, melakukan pemodelan regresi logistik univariabel, melakukan pengujian multikolinieritas pada variabel bebas yang terpilih berdasarkan pemodelan regresi logistik univariabel, melakukan pemodelan regresi logistik multivariabel, melakukan pemodelan GWLR, melakukan pemilihan model terbaik, dan menarik kesimpulan.

3. Hasil dan Pembahasan

Bagian ini membahas mengenai penaksiran parameter, pengujian hipotesis, dan aplikasi model GWLR.

3.1 Penaksiran Parameter Model GWLR

Penaksiran terhadap parameter model GWLR dilakukan dengan metode MLE. Langkah awal adalah membentuk fungsi likelihood seperti persamaan (4).

$$L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) = \prod_{m=1}^n P(Y = \mathbf{y}_m) = \prod_{m=1}^n \pi(\mathbf{x}_m)^{y_m} (1 - \pi(\mathbf{x}_m))^{1-y_m}$$

$$= \left\{ \prod_{m=1}^n \left(1 + \exp \sum_{j=0}^k \beta_j(u_i, v_i) x_{mj} \right)^{-1} \right\} \times \exp \left\{ \sum_{j=0}^k \left(\sum_{m=1}^n y_m x_{mj} \right) \beta_j(u_i, v_i) \right\} \quad (4)$$

Selanjutnya membentuk fungsi ln likelihood,

$$\ln L(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) = \sum_{j=0}^k \left(\sum_{m=1}^n y_m x_{mj} \right) \beta_j(u_i, v_i) + \sum_{m=1}^n \ln \left\{ 1 + \exp \left(\sum_{j=0}^k \beta_j(u_i, v_i) x_{mj} \right) \right\} \quad (5)$$

Faktor letak geografis merupakan faktor pembobot pada model GWLR. Faktor ini memiliki nilai yang berbeda untuk setiap lokasi yang menunjukkan sifat lokal pada model GWLR. Oleh karena itu, pembobot diberikan pada fungsi ln likelihood untuk mendapatkan model GWLR. Misalkan pembobot untuk setiap lokasi (u_i, v_i) adalah $w_m(u_i, v_i)$, $m = 1, 2, \dots, n$ maka diperoleh fungsi likelihood terboboti seperti persamaan (6).

$$L^* = \sum_{j=0}^k \left(\sum_{m=1}^n w_m(u_i, v_i) y_m x_{mj} \right) \beta_j(u_i, v_i) + \sum_{m=1}^n w_m(u_i, v_i) \ln \left\{ 1 + \exp \left(\sum_{j=0}^k \beta_j(u_i, v_i) x_{mj} \right) \right\} \quad (6)$$

Penaksiran parameter dilakukan dengan melakukan turunan parsial pertama persamaan (6) terhadap parameter yang akan ditaksir dan kemudian disamakan dengan nol, sehingga diperoleh

$$\frac{\partial L^*}{\partial \beta_j(u_i, v_i)} = \sum_{m=1}^n w_m(u_i, v_i) y_m x_{mj} + \sum_{m=1}^n x_{mj} \pi(\mathbf{x}_m) w_m(u_i, v_i) = 0 \quad (7)$$

Berdasarkan persamaan (7) diperoleh fungsi yang tidak *closed-form*. Oleh karena itu untuk mendapatkan penaksir parameter model GWLR digunakan pendekatan numerik. Salah satu pendekatan numerik yang dapat digunakan adalah metode iterasi Newton-Raphson. Metode ini membutuhkan turunan kedua fungsi ln likelihood terboboti terhadap parameter yang akan ditaksir. Hasil turunan parsial kedua yang diperoleh adalah seperti persamaan (8).

$$\frac{\partial^2 L^*}{\partial \beta_j(u_i, v_i) \partial \beta_{j^*}(u_i, v_i)} = - \sum_{m=1}^n x_{mj} x_{mj^*} w_m(u_i, v_i) \pi(\mathbf{x}_m) (1 - \pi(\mathbf{x}_m)) \quad (8)$$

Persamaan yang digunakan dalam proses iterasi Newton-Raphson untuk mendapatkan nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)$ adalah



$$\boldsymbol{\beta}^{(t+1)}(u_i, v_i) = \boldsymbol{\beta}^{(t)}(u_i, v_i) - [\mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}^{(t)}(u_i, v_i))]^{-1} \mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}^{(t)}(u_i, v_i))$$

$$i = 1, 2, \dots, n; t = 0, 1, \dots \quad (9)$$

dengan $\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)$ adalah parameter yang akan ditaksir,

$$\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i) = [\beta_0(u_i, v_i) \quad \beta_1(u_i, v_i) \quad \dots \quad \beta_k(u_i, v_i)]$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

$\mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))$ adalah vektor gradien,

$$\mathbf{g}(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) = [g_0 \quad g_1 \quad \dots \quad g_k]^T, \quad g_0 = \frac{\partial L^*}{\partial \beta_0(u_i, v_i)},$$

$$g_1 = \frac{\partial L^*}{\partial \beta_1(u_i, v_i)}, \quad g_k = \frac{\partial L^*}{\partial \beta_k(u_i, v_i)}$$

$$i = 1, 2, \dots, n,$$

$\mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))$ adalah matriks Hessian,

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)) = \begin{bmatrix} h_{00} & h_{01} & \dots & h_{0k} \\ h_{10} & h_{11} & \dots & h_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{k0} & h_{k1} & \dots & h_{kk} \end{bmatrix},$$

$$h_{jj^*} = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \beta_j(u_i, v_i) \partial \beta_{j^*}(u_i, v_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$j, j^* = 0, 1, \dots, k.$$

Proses iterasi Newton-Raphson akan berhenti bila terpenuhi kondisi konvergen, yaitu selisih $\|\boldsymbol{\beta}^{(t+1)}(u_i, v_i) - \boldsymbol{\beta}^{(t)}(u_i, v_i)\| \leq \varepsilon$, dengan ε adalah bilangan yang sangat kecil. Hasil taksiran yang diperoleh adalah $\boldsymbol{\beta}^{(t+1)}(u_i, v_i)$ pada saat iterasi terakhir. Prosedur iterasi ini diulang untuk setiap lokasi ke- i , sehingga dapat diperoleh penaksir parameter lokal model GWLR.

Turunan parsial kedua dari fungsi ln likelihood merupakan elemen dari matriks Hessian. Nilai ekspektasi dari matriks Hessian merupakan matriks Informasi. Invers dari matriks Informasi merupakan penaksir dari matriks varians kovarians, sehingga dapat diperoleh penaksir dari matriks varians kovarians,

$$\text{Cov}(\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i)) = [\mathbf{I}(\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i))]^{-1} = -[\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\beta}}(u_i, v_i))]^{-1} \quad (10)$$

3.2 Pengujian Hipotesis Model GWLR

Pengujian hipotesis model GWLR meliputi pengujian kesamaan antara model GWLR dan model regresi logistik, pengujian serentak dan pengujian parsial. Pengujian kesamaan antara model GWLR dan model regresi logistik bertujuan untuk mengetahui signifikansi dari faktor geografis. Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \beta_j(u_i, v_i) = \beta_j, \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k$$

(Tidak ada perbedaan yang signifikan antara model GWLR dan regresi logistik)

$$H_1 : \text{Paling tidak ada satu } \beta_j(u_i, v_i) \neq \beta_j$$

(Ada perbedaan yang signifikan antara model GWLR dan regresi logistik).

Berdasarkan metode MLRT dapat diperoleh statistik uji dengan alangkah awal menentukan himpunan parameter dibawah populasi (Ω),

$$\Omega = \{\beta_0(u_i, v_i), \beta_1(u_i, v_i), \dots, \beta_k(u_i, v_i)\}$$

Kemudian membentuk fungsi likelihood dan fungsi maksimum likelihood seperti persamaan (11) dan (12).

$$L(\Omega) = \prod_{m=1}^n \pi(\mathbf{x}_m)^{y_m} (1 - \pi(\mathbf{x}_m))^{1-y_m}$$

$$= \prod_{m=1}^n \pi(\mathbf{x}_m)^{y_{1m}} (1 - \pi(\mathbf{x}_m))^{y_{0m}} \quad (11)$$

dimana:

$$\pi(\mathbf{x}_m) = \frac{\exp\left(\sum_{j=0}^k \beta_j(u_i, v_i) x_{mj}\right)}{1 + \exp\left(\sum_{j=0}^k \beta_j(u_i, v_i) x_{mj}\right)}$$

$$L(\hat{\Omega}) = \max_{\Omega} L(\Omega) = \prod_{m=1}^n \hat{\pi}(\mathbf{x}_m)^{y_{1m}} (1 - \hat{\pi}(\mathbf{x}_m))^{y_{0m}} \quad (12)$$

Langkah berikutnya adalah menentukan himpunan parameter dibawah $H_0(\omega)$,

$$\omega = \{\beta_0(u_i, v_i)\}$$

Selanjutnya membentuk fungsi likelihood dan fungsi maksimum likelihood,

$$L(\omega) = \prod_{m=1}^n \pi^{y_m} (1 - \pi)^{1-y_m} = \prod_{m=1}^n \pi^{y_{1m}} (1 - \pi)^{y_{0m}} \quad (13)$$

$$\text{dengan } \pi = \frac{n_1}{n}, \quad n_1 = \sum_{m=1}^n y_m, \quad n_0 = \sum_{m=1}^n (1 - y_m).$$

$$L(\hat{\omega}) = \max_{\omega} L(\omega) = \prod_{m=1}^n \left\{ \left(\frac{n_{1m}}{n} \right)^{y_{1m}} \left(\frac{n_{0m}}{n} \right)^{y_{0m}} \right\} \quad (14)$$

dimana n_{1m} adalah jumlah pengamatan ke- m yang masuk pada kategori 1, n_{0m} adalah jumlah pengamatan ke- m yang masuk pada kategori 0, dan n adalah jumlah pengamatan keseluruhan.

Selanjutnya menentukan rasio antara fungsi maksimum likelihood dibawah H_0 dan fungsi maksimum likelihood dibawah populasi seperti pada persamaan (15).

$$\Lambda = \frac{L(\hat{\omega})}{L(\hat{\Omega})} = \frac{\prod_{m=1}^n \left\{ \left(\frac{n_{1m}}{n} \right)^{y_{1m}} \left(\frac{n_{0m}}{n} \right)^{y_{0m}} \right\}}{\prod_{m=1}^n \hat{\pi}(\mathbf{x}_m)^{y_{1m}} (1 - \hat{\pi}(\mathbf{x}_m))^{y_{0m}}} \quad (15)$$

Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika $\Lambda < \Lambda_0 < 1$, dengan $0 < \Lambda_0 < 1$.

Dari persamaan (15) dapat diperoleh devians model GWLR seperti persamaan (16).

$$D(\hat{\boldsymbol{\beta}}^*) = -2 \ln \Lambda$$

$$= 2[\ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega})]$$

$$= 2 \left(\sum_{m=1}^n \{ y_{1m} \ln \hat{\pi}(\mathbf{x}) + y_{0j} \ln(1 - \hat{\pi}(\mathbf{x})) \} + \right. \\ \left. - \sum_{m=1}^n \{ n_{1m} \ln(n_{1m}) + n_{0j} \ln(n_{0j}) + n \ln(n) \} \right) \quad (16)$$

Misalkan $D(\hat{\beta})$ menyatakan devians model regresi logistik dengan derajat bebas db_1 dan $D(\hat{\beta}^*)$ menyatakan devians model GWLR dengan derajat bebas db_2 , maka statistik uji untuk pengujian kesamaan antara model GWLR dan model regresi logistik adalah

$$F_{hit} = \frac{D(\hat{\beta})/db_1}{D(\hat{\beta}^*)/db_2} \quad (17)$$

Statistik uji pada persamaan (17) mendekati distribusi F dengan derajat bebas db_1 dan db_2 . Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika nilai $F_{hit} > F_{(\alpha; db_1, db_2)}$. Nilai $F_{(\alpha; db_1, db_2)}$ diperoleh dari tabel distribusi F .

Setelah dilakukan pengujian kesamaan antara model GWLR dan model regresi logistik, pengujian hipotesis berikutnya adalah pengujian parameter model GWLR secara serentak. Langkah awal adalah menentukan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \dots = \beta_k(u_i, v_i) = 0,$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \beta_j(u_i, v_i) \neq 0, \text{ dengan}$$

$$i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k.$$

Berdasarkan metode MLRT, statistik uji untuk pengujian serentak adalah

$$G^2 = 2 \{ \ln L(\hat{\Omega}) - \ln L(\hat{\omega}) \}$$

$$= 2 \left\{ \sum_{m=1}^n [y_{1m} \ln \hat{\pi}(\mathbf{x}) + y_{0j} \ln(1 - \hat{\pi}(\mathbf{x}))] + \right. \\ \left. - \sum_{m=1}^n [n_{1m} \ln(n_{1m}) + n_{0j} \ln(n_{0j}) + n \ln(n)] \right\} \quad (18)$$

Statistik uji pada persamaan (18) diperoleh dengan cara yang sama seperti pada persamaan (16). Statistik uji G^2 mendekati distribusi *chi-square* dengan derajat bebas, $v = n - k - 1$. Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika nilai $G^2 > \chi_{(\alpha; v)}^2$, dimana nilai $\chi_{(\alpha; v)}^2$ dapat diperoleh dari tabel *chi-square*.

Selanjutnya dilakukan parameter model GWLR secara parsial dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: \beta_j(u_i, v_i) = 0, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, k$$

$$H_1: \beta_j(u_i, v_i) \neq 0$$

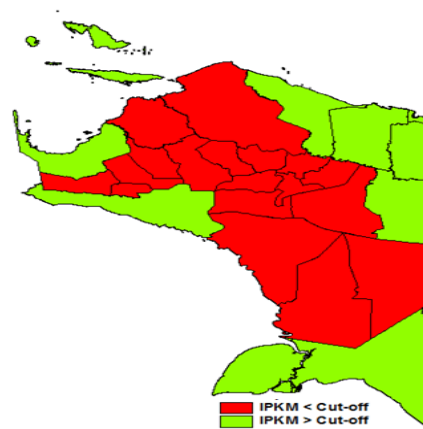
Statistik uji yang digunakan untuk pengujian ini dapat diperoleh dengan uji Wald, yaitu

$$W_{hit} = \frac{\hat{\beta}_j(u_i, v_i)}{SE(\hat{\beta}_j(u_i, v_i))}, j = 1, 2, \dots, k \quad (19)$$

Statistik uji pada persamaan (19) mendekati distribusi normal standar. Kriteria pengujiannya adalah tolak H_0 jika nilai $|W_{hit}| > Z_{\alpha/2}$. Nilai $Z_{\alpha/2}$ dapat diperoleh dari tabel distribusi normal standar.

3.3 Aplikasi Model GWLR

Model GWLR pada penelitian ini diaplikasikan pada pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013. Langkah awal adalah melakukan analisis statistik deskriptif dari variabel respon. Hasil yang diperoleh adalah seperti pada Gambar 2.



Gambar 2. Peta IPKM Provinsi Papua

Dari Gambar 2, terlihat bahwa terdapat 18 kabupaten/kota yang mempunyai IPKM kurang dari Cut-off atau terdapat 18 kabupaten/kota (62,1%) yang termasuk dalam kategori Daerah Bermasalah kesehatan (DBK). Sedangkan 11 kabupaten/kota mempunyai IPKM lebih dari Cut-off atau terdapat 11 kabupaten/kota (37,9%) yang tidak termasuk dalam kategori DBK.

Selanjutnya dilakukan pemodelan regresi logistic yang meliputi pemodelan regresi logistik univariabel dan multivariabel. Pemodelan regresi logistik univariabel bertujuan untuk melakukan pemilihan terhadap variabel bebas yang digunakan pada pemodelan regresi logistik multivariabel. Sebelum memodelkan dengan menggunakan regresi logistik dilakukan uji kolinieritas terhadap variabel bebas untuk mengetahui adanya korelasi diantara variabel bebas. Hasil yang diperoleh adalah seperti pada Tabel 1.

Berdasarkan Tabel 1, terlihat bahwa nilai VIF dari semua variabel bebas kurang dari 10. Hal ini menunjukkan bahwa tidak terjadi korelasi diantara variabel bebas. Oleh karena itu, semua variabel bebas dapat digunakan pada pemodelan regresi logistik.



Tabel 1. Nilai VIF Variabel Bebas

| Variabel | Nilai VIF |
|----------------|-----------|
| x ₁ | 1,437 |
| x ₂ | 1,732 |
| x ₃ | 1,265 |
| x ₄ | 1,136 |

Selanjutnya dilakukan pemodelan regresi logistik univariabel untuk mendapatkan variabel bebas yang digunakan pada pemodelan regresi logistik multivariabel. Hasil yang diperoleh adalah seperti pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Regresi logistik Univariabel

| Variabel | Koef. | SE Koef. | W _{hit} | p-value |
|----------------|--------|----------|------------------|---------|
| x ₁ | 0,651 | 0,253 | 2,573 | 0,010* |
| x ₂ | -0,217 | 0,077 | -2,832 | 0,005* |
| x ₃ | 1,517 | 0,685 | 2,214 | 0,027* |
| x ₄ | 0,069 | 0,201 | 0,346 | 0,729 |

*) Signifikan pada $\alpha = 10\%$.

Berdasarkan Tabel 2, terlihat bahwa variabel bebas yang signifikan berpengaruh terhadap IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua secara univariabel adalah persentase penduduk yang tamat perguruan tinggi (x₁), persentase penduduk miskin(x₂), danperanan kabupaten/kota terhadap PDRB(x₃). Sedangkan rasio dokter per puskesmas (x₄) tidak signifikan berpengaruh terhadap IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua. Oleh karena itu, variabel bebas yang digunakan pada pemodelan regresi logistik multivariabel adalah persentase penduduk yang tamat perguruan tinggi, persentase penduduk miskin, danperanan kabupaten/kota terhadap PDRB.

Setelah diperoleh variabel-variabel bebas yang signifikan pada pengujian secara univariabel, dilakukan pengujian secara serentak untuk mengetahui adanya variabel bebas yang signifikan dalam model regresi logistik multivariabel. Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1 : \text{minimal ada satu } \beta_j \neq 0, j = 1, 2, 3$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji G^2 . Kriteria pengujianya adalah tolak H_0 jika nilai $G^2 > \chi^2_{(0,1;3)}$ atau $p\text{-value}$ kurang dari 0,1. Hasil pengujian serentak dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Pengujian Serentak

| Statistik G^2 | Derajat Bebas (db) | p-value |
|-----------------|--------------------|---------|
| 19,441 | 3 | 0,0002 |

Berdasarkan Tabel 3, terlihat bahwa nilai statistik uji G^2 sebesar 19,441 lebih dari nilai $\chi^2_{(0,1;3)}$ sebesar 6,251 dan $p\text{-value}$ sebesar 0,0002 kurang dari α sebesar 0,1. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua.

Langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian parsial untuk mengetahui variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua. Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, j = 1, 2, 3$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji Wald. Kriteria pengujianya adalah tolak H_0 jika nilai $|W_{hit}|$ lebih dari $Z_{\alpha/2}$ atau $p\text{-value}$ kurang dari α . Hasil pengujian parsial untuk pemodelan regresi logistik multivariabel adalah seperti pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil Regresi logistik Multivariabel

| Variabel | Koef. | SE Koef. | W _{hit} | p-value |
|----------------|--------|----------|------------------|---------|
| Intersep | 3,261 | 3,177 | 2,573 | 0,305 |
| x ₁ | 0,456 | 0,280 | 1,629 | 0,103 |
| x ₂ | -0,157 | 0,086 | -1,838 | 0,066* |
| x ₃ | 0,101 | 0,384 | 0,262 | 0,793 |

*) Signifikan pada $\alpha = 10\%$.

Berdasarkan Tabel 4, terlihat bahwa variabel bebas yang signifikan berpengaruh terhadap IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua secara multivariabel adalah persentase penduduk miskin(x₂). Selanjutnya dapat diperoleh model regresi logistik untuk pemodelan IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua yaitu

$$\hat{\pi}(x) = \frac{\exp(3,261 + 0,456x_1 - 0,157x_2 + 0,101x_3)}{1 + \exp(3,261 + 0,456x_1 - 0,157x_2 + 0,101x_3)}$$

Model transformasi logitnya adalah

$$g(x) = 3,261 + 0,456x_1 - 0,157x_2 + 0,101x_3$$

Berdasarkan model logit tersebut, dapat diinterpretasikan bahwa kabupaten/kota di provinsi Papua mempunyai probabilitas masuk kategori daerah yang tidak bermasalah kesehatan apabila persentase penduduk miskin berkurang, persentase penduduk yang tamat perguruan tinggi, dan peranan kabupaten/kota terhadap PDRB bertambah.

Setelah diperoleh model regresi logistik dapat diperoleh hasil pengklasifikasian antara prediksi dan observasi. Hasil klasifikasi IPKM antara hasil prediksi dan observasi untuk semua kabupaten/kota berdasarkan model regresi logistik seperti pada Tabel 5.



Tabel 5. Ketepatan Klasifikasi Regresi Logistik

| Observasi | Prediksi | | Persentase ketepatan |
|------------------------|----------------|----------------|----------------------|
| | IPKM < cut-off | IPKM > cut-off | |
| IPKM < cut-off | 16 | 2 | 88,889% |
| IPKM > cut-off | 2 | 9 | 81,818% |
| Persentase keseluruhan | | | 86,207% |

Berdasarkan Tabel 5, terlihat bahwa persentase ketepatan pengklasifikasian keseluruhan adalah sebesar 86,207%.

Selanjutnya dilakukan pemodelan GWLR terhadap IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua. Langkah awal adalah menentukan letak geografis berdasarkan koordinat bujur (*longitude*) dan lintang (*latitude*) kabupaten/kota di provinsi Papua, kemudian menghitung jarak *Euclidean* antara lokasi ke-*i* terhadap lokasi ke-*j*. Langkah selanjutnya adalah menentukan *bandwidth* optimum dengan menggunakan metode *Cross Validation* (CV). Setelah mendapatkan jarak *Euclidean* dan *bandwidth* optimum, maka selanjutnya adalah mendapatkan pembobot. Setelah mendapatkan pembobot untuk masing-masing lokasi penelitian, langkah selanjutnya adalah melakukan penaksiran terhadap parameter model GWLR. Hasil penaksiran parameter model GWLR menggunakan fungsi pembobot kernel *Gaussian* dan *Bisquare* seperti pada Tabel 6.

Tabel 6. Hasil Penaksiran Parameter

| Statistik | Pembobot | |
|------------------|-------------------|-----------------|
| | <i>Gaussian</i> * | <i>Bisquare</i> |
| <i>Bandwidth</i> | 4,065 | 8,130 |
| AIC | 27,104 | 27,259 |

*) model terbaik

Berdasarkan Tabel 6, terlihat bahwa penaksiran parameter model GWLR terbaik diperoleh dengan menggunakan pembobot fungsi kernel *Gaussian* karena mempunyai nilai AIC terkecil. Oleh karena itu, dalam penelitian ini model GWLR yang digunakan adalah model GWLR dengan pembobot fungsi kernel *Gaussian*. Hasil ringkasan statistik dari penaksiran parameter model GWLR dapat dilihat pada Tabel 7.

Tabel 7. Ringkasan Statistik Penaksiran Parameter

| Variabel | Min | Max | Mean | StDev |
|----------|--------|--------|--------|-------|
| Intersep | -1,143 | -0,361 | -0,731 | 0,151 |
| x_1 | 0,789 | 1,258 | 1,014 | 0,142 |
| x_2 | -1,609 | -1,350 | -1,494 | 0,070 |
| x_3 | 0,743 | 1,421 | 1,034 | 0,189 |

Setelah diperoleh penaksiran parameter model GWLR, langkah selanjutnya adalah melakukan pengujian hipotesis pada model GWLR. Pengujian ini meliputi pengujian kesamaan antara model GWLR dan regresi logistik, pengujian serentak,

dan pengujian parsial. Pengujian kesamaan antara model GWLR dan model regresi logistik bertujuan untuk menguji signifikansi dari faktor geografis. Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0: \beta_j(u_i, v_i) = \beta_j, \quad i = 1, 2, \dots, 29; \quad j = 1, 2, 3$$

(tidak ada perbedaan yang signifikan antara model GWLR dan model regresi logistik)

$$H_1: \text{minimal ada satu } \beta_j(u_i, v_i) \neq \beta_j$$

(ada perbedaan yang signifikan antara model GWLR dan model regresi logistik)

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji *F*. Hasil pengujian kesamaan antara model GWLR dan model regresi logistik seperti pada Tabel 8.

Tabel 8. Pengujian Kesamaan Model

| Model | Devians | db | Devians/db |
|------------------|---------|--------|------------|
| Regresi logistik | 19,441 | 25 | 0,778 |
| GWLR | 17,553 | 24,145 | 0,727 |

Berdasarkan Tabel 8, terlihat bahwa nilai F_{hit} sebesar 1,07 kurang dari nilai $F_{(0,1;25;24,145)}$ sebesar 1,696. Hal ini menunjukkan bahwa pemodelan IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua antara hasil model GWLR dan model regresi logistik tidak berbeda signifikan. Namun diantara kedua model tersebut akan dibandingkan model mana yang lebih baik digunakan untuk memodelkan IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua.

Pengujian hipotesis kedua untuk model GWLR adalah pengujian serentak. Pengujian ini bertujuan untuk menguji signifikansi parameter model GWLR secara bersama-sama (serentak). Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0: \beta_1(u_i, v_i) = \beta_2(u_i, v_i) = \beta_3(u_i, v_i) = 0,$$

$$i = 1, 2, \dots, 29$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \beta_j(u_i, v_i) \neq 0, \text{ dengan}$$

$$i = 1, 2, \dots, 29; \quad j = 1, 2, 3.$$

Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji G^2 . Hasil pengujian serentak dapat dilihat pada Tabel 9.

Tabel 9. Pengujian Serentak Model GWLR

| Statistik G^2 | db | <i>p-value</i> |
|-----------------|-------|----------------|
| 17,553 | 4,775 | 0,002 |

Berdasarkan Tabel 9, terlihat bahwa nilai statistik uji G^2 sebesar 17,553 lebih dari nilai $\chi^2_{(0,1;4,775)}$ sebesar 7,779 dan *p-value* sebesar 0,002 kurang dari α sebesar 0,1. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu variabel bebas yang berpengaruh signifikan terhadap IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua.



Pengujian hipotesis yang terakhir untuk model GWLR adalah pengujian parsial. Pengujian ini bertujuan untuk mengetahui faktor-faktor yang berpengaruh terhadap IPKM di setiap lokasi (kabupaten/kota) di provinsi Papua. Misalkan dilakukan pengujian parsial di lokasi ke-4 yaitu kabupaten Nabire. Hipotesis yang digunakan adalah:

$$H_0 : \beta_j(u_4, v_4) = 0, j = 1, 2, 3$$

$$H_1 : \beta_j(u_4, v_4) \neq 0$$

Hasil pengujian parsial model GWLR untuk kabupaten Nabire seperti pada Tabel 10.

Tabel 10. Pengujian Parsial untuk Kabupaten Nabire

| Variabel | Koef. | SE Koef. | W_{hit} | p -value |
|----------|--------|----------|-----------|------------|
| Intersep | -0,668 | 1,039 | -0,643 | 0,324 |
| x_1 | 1,217 | 0,721 | 1,688 | 0,096* |
| x_2 | -1,543 | 0,754 | -2,046 | 0,049* |
| x_3 | 1,276 | 3,645 | 0,350 | 0,375 |

*) Signifikan pada $\alpha = 10\%$.

Berdasarkan Tabel 10, terlihat bahwa nilai $|W_{hit}|$ untuk variable x_1 dan x_2 lebih dari nilai $Z_{0,05}$ sebesar 1,645 dan p -value kurang dari α . Hal ini menunjukkan bahwa persentase penduduk yang tamat perguruan tinggi (x_1) dan persentase penduduk miskin (x_2) berpengaruh terhadap IPKM kabupaten Nabire. Dari Tabel 9, dapat diperoleh model GWLR dengan menggunakan pembobot fungsi kernel Gaussian untuk memodelkan IPKM di kabupaten Nabire, yaitu

$$\hat{\pi}(\mathbf{x}) = \frac{\exp(-0,668 + 1,217x_1 - 1,543x_2 + 1,276x_3)}{1 + \exp(-0,668 + 1,217x_1 - 1,543x_2 + 1,276x_3)}$$

Model transformasi logitnya adalah

$$g(\mathbf{x}) = -0,668 + 1,217x_1 - 1,543x_2 + 1,276x_3$$

Berdasarkan model tersebut, kabupaten Nabire mempunyai probabilitas masuk kategori daerah yang tidak bermasalah kesehatan apabila terjadi peningkatan terhadap persentase penduduk yang tamat perguruan tinggi, peningkatan peranan terhadap PDRB, dan penurunan terhadap persentase penduduk miskin.

Hasil perhitungan prediksi probabilitas untuk kabupaten Nabire termasuk daerah yang bermasalah kesehatan atau tidak menunjukkan bahwa kabupaten Nabire diprediksi termasuk kategori daerah yang tidak bermasalah kesehatan. Hasil prediksi ini sesuai dengan hasil observasi yang menyatakan bahwa kabupaten Nabire tidak termasuk daerah bermasalah kesehatan. Hasil klasifikasi IPKM antara hasil prediksi dan observasi untuk semua kabupaten/kota berdasarkan model GWLR dapat dilihat pada Tabel 11.

Tabel 11. Ketepatan Klasifikasi Model GWLR

| Observasi | Prediksi | | Persentase ketepatan |
|------------------------|----------------|----------------|----------------------|
| | IPKM < cut-off | IPKM > cut-off | |
| IPKM < cut-off | 18 | 2 | 88,889% |
| IPKM > cut-off | 2 | 11 | 81,818% |
| Persentase keseluruhan | | | 86,207% |

Berdasarkan Tabel 11, terlihat bahwa persentase ketepatan keseluruhan pengklasifikasian IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua adalah sebesar 86,207%.

Setelah diperoleh hasil model GWLR untuk 29 kabupaten/kota di provinsi Papua, tidak semua variabel bebas berpengaruh signifikan terhadap IPKM. Variabel bebas yang signifikan adalah variabel x_1 dan x_2 . Selain itu dapat diketahui bahwa ada perbedaan jumlah parameter yang signifikan pada masing-masing kabupaten/kota. Hasil pengelompokan kabupaten/kota berdasarkan variabel-variabel yang signifikan dalam model GWLR seperti pada Tabel 12.

Tabel 12. Pengelompokan Kabupaten/Kota Berdasarkan Variabel yang Signifikan

| Kabupaten/Kota | Jumlah | Variabel |
|--|--------|----------|
| Nabire, Yapen Waropen, Biak Numfor, Supiori, Dogiyai | 5 | x_1 |
| Semua Kabupaten/Kota | 29 | x_2 |

Berdasarkan Tabel 12, terlihat bahwa variabel persentase penduduk yang tamat perguruan tinggi (x_1) signifikan berpengaruh pada IPKM lima kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013, yaitu kabupaten Nabire, Yapen Waropen, Biak Numfor, Supiori, dan Dogiyai. Variabel persentase penduduk miskin (x_2) signifikan berpengaruh pada IPKM semua kabupaten/kota di provinsi Papua tahun 2013.

Selanjutnya dilakukan perbandingan antara model GWLR dengan regresi logistik untuk mengetahui model yang lebih baik digunakan untuk memodelkan IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua. Kriteria yang digunakan adalah AIC. Model terbaik adalah model yang mempunyai nilai AIC terkecil. Hasil perbandingan antara model GWLR dan regresi logistik seperti pada Tabel 13.

Tabel 13. Perbandingan Model

| Kriteria | GWLR | Regresi Logistik |
|-----------------------|---------|------------------|
| Devians | 17,553 | 19,441 |
| AIC | 27,104 | 27,441 |
| Ketepatan klasifikasi | 86,207% | 86,207% |

Berdasarkan Tabel 13, dapat diketahui bahwa persentase ketepatan klasifikasi antara model



GWLR dan regresi logistik sama. Tetapi model GWLR mempunyai nilai devians dan AIC terkecil dibanding model regresi logistik. Sehingga model GWLR lebih baik dibanding model regresi logistik.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, kesimpulan dari penelitian ini penaksir parameter model GWLR dapat diperoleh dengan metode MLE dan iterasi Newton-Raphson. Statistik uji pada pengujian hipotesis model GWLR mendekati distribusi F , $chi-square$, dan normal standar. Model yang lebih baik digunakan untuk pemodelan IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua adalah model GWLR dibanding model regresi logistik. Model GWLR terbaik pada pemodelan IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua adalah model GWLR dengan pembobot fungsi kernel *Gaussian*. Faktor-faktor yang berpengaruh terhadap IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua berdasarkan model GWLR adalah persentase penduduk yang tamat perguruan tinggi dan persentase penduduk miskin.

Penelitian mengenai pemodelan IPKM kabupaten/kota di provinsi Papua dengan GWLR masih dapat dikembangkan dan untuk penelitian selanjutnya disarankan dapat menggunakan pembobot fungsi kernel *exponential* dan *tricube* untuk penaksiran parameter model GWLR.

Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Riset dan Pengabdian Masyarakat Direktorat Jenderal Penguatan Riset dan Pengembangan Kementerian Riset, Teknologi, dan Pendidikan Tinggi yang mendanai penelitian ini sesuai dengan Surat Perjanjian Penugasan Pelaksanaan Program Penelitian No. 029/SP2H/LT/DRPM/II/2016.

Daftar Pustaka

Agresti, Alan. (2013). *Categorical Data Analysis*. New York. John Wiley and Sons., Inc.
Asrafiah and Purhadi. (2012). Model Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression Semiparametric (Studi Kasus: Tingkat Kerawan Desa atau Kelurahan terhadap Penyakit Demam Berdarah Dengue di Kota Makassar tahun

2010). *Tesis*. Jurusan Statistika FMIPA ITS Surabaya.

- Atkinson, P., German, S., Sear, D., and Clarck, M., (2003). Exploring the relations between riverbank erosion and geomorphological controls using geographically weighted logistic regression. *Geographical Analysis*, 35: p.58-82.
- Fathurahman, M., Purhadi, Sutikno, dan Ratnasari, V., (2014). Estimasi dan Pengujian Hipotesis pada Model Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression. *Prosiding Konferensi Matematika Nasional (KNM) XVII*, ITS Surabaya, 11-14 Juni 2014.
- Fibriyani, V., Latra, I. N., and Purhadi. (2015). Pemodelan Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression pada Indeks Pembangunan Manusia dan Status Daerah Bermasalah Kesehatan Kabupaten/Kota di Pulau Sumatera tahun 2013. *Tesis*. Jurusan Statistika FMIPA ITS Surabaya.
- Fotheringham Stewart A., Brunson, Chris and Charlton, Martin. (2002). *Geographically Weighted Regression: the analysis of spatially varying relationships*. Chichester. John Wiley & Sons Ltd.
- Hosmer, David W., Lemeshow, Stanley and Surdivant, Rodney X. (2013). *Applied Logistic Regression*. New York. John Wiley & Sons, Inc.
- Kementerian Kesehatan. (2010). *Pedoman Umum Penanggulangan Daerah Bermasalah Kesehatan*. Jakarta.
- Kementerian Kesehatan. (2014). *Indeks Pembangunan Kesehatan Masyarakat*. Jakarta.
- Luo, J and Nagaraj, K., (2008). Modeling Urban Growth with Geographically Weighted Multinomial Logistic Regression. *Proceedings of SPIE: the International Society for Optical Engineering*, 7144: p. 71440M1-11.
- Rifada, M and Purhadi. (2011). Model Geographically Weighted Ordinal Logistic Regression (Studi Kasus: Tingkat Kerawan Desa atau Kelurahan terhadap Penyakit Demam Berdarah Dengue di Kabupaten Lamongan tahun 2009). *Tesis*. Jurusan Statistika FMIPA ITS Surabaya.
- Wang, Y., Kockelman, K.M., and Wang, X., (2011). Anticipating land use change using geographically weighted regression models for discrete response. *Transportation Research Record*, 2245: p. 111-123.